

**WYDZIAŁ \*\*\*\*\*****KARTA PRZEDMIOTU**Nazwa w języku polskim **ANALIZA MATEMATYCZNA 2.1 A**Nazwa w języku angielskim **Mathematical Analysis 2.1 A**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy):

Specjalność (jeśli dotyczy):

Stopień studiów i forma: **I stopień\***, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy** / ~~wybieralny~~ / ~~ogólnouczelniany\*~~Kod przedmiotu **MAP1156**Grupa kursów **TAK / NIE\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120	90			
Forma zaliczenia	Egzamin	Zaliczenie na ocenę			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	4	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	0	3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3	2			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Potrafi badać zbieżność ciągów oraz obliczać granice funkcji jednej zmiennej.
2. Zna rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej i jego zastosowania.
3. Zna i umie stosować całkę nieoznaczoną funkcji jednej zmiennej.
4. Zna podstawowe pojęcia z algebry liniowej.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Poznanie konstrukcji i własności całki oznaczonej. Nabycie umiejętności stosowania całki oznaczonej (w tym niewłaściwej) do obliczeń inżynierskich.
- C2. Poznanie podstawowych pojęć z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych.
- C3. Opanowanie podstawowej wiedzy dotyczącej szeregów liczbowych i potęgowych.
- C4. Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna konstrukcję całki oznaczonej i jej własności, zna pojęcie całki niewłaściwej

PEK\_W02 zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych

PEK\_W03 ma podstawową wiedzę z teorii szeregów liczbowych i potęgowych, zna kryteria zbieżności

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi obliczać i interpretować całkę oznaczoną, potrafi rozwiązywać zagadnienia inżynierskie z wykorzystaniem całki

PEK\_U02 potrafi obliczać pochodne cząstkowe, kierunkowe i gradient funkcji wielu zmiennych i interpretować otrzymane wielkości, potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne dla funkcji wielu zmiennych

PEK\_U03 potrafi obliczać i interpretować całkę wielokrotną, potrafi rozwiązywać zagadnienia inżynierskie z wykorzystaniem całki podwójnej i potrójnej

PEK\_U04 potrafi rozwijać funkcje w szereg potęgowy, umie wykorzystać otrzymane rozwinięcia do obliczeń przybliżonych

Z zakresu kompetencji społecznych student :

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Całka oznaczona. Definicja. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Twierdzenie Newtona - Leibniza. Całkowanie przez części i przez podstawienie.	2
Wy2	Własności całki oznaczonej. Średnia wartość funkcji na przedziale. Zastosowania całek oznaczonych w geometrii (pole, długość łuku, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni bocznej bryły obrotowej) i technice.	3
Wy3	Całka niewłaściwa I rodzaju. Definicja. Kryterium porównawcze i ilorazowe zbieżności. Przykłady wykorzystania całek niewłaściwych I rodzaju w geometrii i technice.	2
Wy4	Funkcje dwóch i trzech zmiennych. Zbiory na płaszczyźnie i w przestrzeni. Przykłady wykresów funkcji dwóch zmiennych. Powierzchnie drugiego stopnia.	2
Wy5	Pochodne cząstkowe pierwszego rzędu. Definicja. Interpretacja geometryczna. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarzera.	2
Wy6	Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka funkcji i jej zastosowania. Pochodne cząstkowe funkcji złożonych. Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji.	2
Wy7	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum. Ekstrema warunkowe funkcji dwóch zmiennych. Najmniejsza i największa wartość funkcji na	3

	zbiorze. Przykłady zagadnień ekstremalnych w geometrii i technice..	
Wy8	Całki podwójne. Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych.	2
Wy9	Własności całek podwójnych. Zamiana zmiennych w całkach podwójnych. Całka podwójna we współrzędnych biegunowych.	2
Wy10	Całki potrójne. Zamiana całek potrójnych na iterowane. Zamiana zmiennych na współrzędne walcowe i sferyczne.	2
Wy11	Zastosowania całek podwójnych i potrójnych w geometrii, fizyce i technice..	2
Wy12	Szeregi liczbowe. Definicja szeregu liczbowego. Suma częściowa, reszta szeregu. Szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Kryterium Leibniza. Przybliżone sumy szeregów.	4
Wy13	Szeregi potęgowe. Definicja szeregu potęgowego. Promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy'ego – Hadamarda. Szereg Taylora i Maclaurina. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy.	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Obliczanie całek oznaczonych z wykorzystaniem metod poznanych na wykładzie. Badanie zbieżności całek niewłaściwych Stosowanie całki oznaczonej do obliczeń inżynierskich..	5
Ćw2	Wyznaczanie dziedzin naturalnych funkcji wielu zmiennych oraz badanie ich wykresów. Obliczanie granic i badanie ciągłości funkcji wielu zmiennych	4
Ćw3	Obliczanie pochodnych cząstkowych. Wyznaczanie płaszczyzny stycznej. Szacowanie z wykorzystaniem różniczki. Obliczanie pochodnych kierunkowych i gradientu.	3
Ćw4	Wyznaczanie ekstremów funkcji dwóch zmiennych. Wyznaczanie ekstremów warunkowych.	4
Ćw5	Obliczanie całek podwójnych i potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana kolejności całek iterowanych. Obliczenia całek z zamianą zmiennych na współrzędne biegunowe i sferyczne. Stosowanie całki podwójnej i potrójnej do obliczeń inżynierskich.	8
Ćw6	Obliczanie sumy szeregów liczbowych. Badanie zbieżności warunkowej i bezwarunkowej Badanie zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie szeregów Maclaurina. Przybliżone obliczanie szeregów i całek..	4
Ćw7	Kolokwium zaliczeniowe	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
1. Wykład – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
P – Ćw	PEK_U01-PEK_U04 PEK_K01-PEK_K02	Odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
P - Wy	PEK_W01-PEK_W3 PEK_K02	Egzamin

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] W. Żakowski, W. Kołodziej, Matematyka, Cz. II, WNT, Warszawa 2003.
- [2] W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka, Cz. IV, WNT, Warszawa 2002.
- [3] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- [4] M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2011.
- [5] W. Kryszewski, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. I-II, PWN, Warszawa 2006.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, T. I-II, PWN, Warszawa 2007.
- [2] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2, Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- [3] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa 2008.
- [4] R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1-2, WNT, Warszawa 2006.
- [5] H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, T. I, Cz. 1-2 oraz T. II, Cz. 1, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1993 oraz 2000.
- [6] J. Pietraszko, Matematyka. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [7] W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, Cz. B, PWN, Warszawa 2003.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr inż. Jolanta Sulkowska Jolanta.Sulkowska@pwr.wroc.pl  
Komisja programowa Instytutu Matematyki i Informatyki

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**ANALIZA MATEMATYCZNA 2.1 A MAP1156**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU \*\*\*\*\*  
 I SPECJALNOŚCI .....

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
<b>PEK_W01</b> (wiedza)		C1, C4	Wy1-Wy3	1,3,4
<b>PEK_W02</b>		C2, C4	Wy4-Wy11	1,3,4
<b>PEK_W03</b>		C3, C4	Wy12- Wy13	1,3,4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)		C1, C4	Ćw1	2,3,4
<b>PEK_U02</b>		C2, C4	Ćw2-Ćw4	2,3,4
<b>PEK_U03</b>		C2, C4	Ćw5	2,3,4
<b>PEK_U04</b>		C3, C4	Ćw6	2,3,4
<b>PEK_K01- PEK_K02</b> (kompetencje)		C1-C4	Wy1_ Wy13 Ćw1-Ćw7	1-4

\*\* - z tabeli powyżej