

## Streszczenie rozprawy

Topologiczne fazy materii stały się jedną z niezwykle szybko rozwijających się dziedzin fizyki materii skondensowanej ze względu na obiecujące przyszłościowe zastosowania na polu spintroniki oraz informatyki kwantowej. Pojęcie topologii leży u podstaw egzotycznych zjawisk takich jak kolektywne wzbudzenia lub chronione stany brzegowe występujące w niskoenergetycznej części widma. W szczególności, dla układów nieoddziałujących fermionów istnieje *zasada korespondencji* między stopniami swobody materiału objętościowego a jego brzegu. W obecności (lub przy braku) wewnętrznych symetrii: odwrócenia w czasie, typu cząstka-dziura i chiralnej, możliwa jest klasyfikacja układów swobodnych fermionów posiadających przerwę w widmie energetycznym materiału objętościowego zdefiniowanych w różnych wymiarach przestrzennych. Zestawienie wszystkich możliwych kombinacji wyżej wymienionych symetrii prowadzi do wyróżnienia dziesięciu klas symetrii i przypisania im odpowiednich niezmienników topologicznych. Pomimo ogromnego sukcesu tej klasyfikacji izolatorów i nadprzewodników topologicznych, okazała się ona niewystarczająca w świetle ostatnich dokonań teoretycznych i eksperymentalnych.

Przedłożona rozprawa doktorska dotyczy efektów topologicznych w wybranych nieoddziałujących układach elektronowych, które *nie* należą do jednej z dziesięciu wspomnianych klas symetrii. Przedstawione zostaną trzy odrębne kierunki badań, na bazie których można rozszerzyć istniejącą klasyfikację. W pierwszej części analizowany jest model Hofstadtera zdefiniowany na dwóch geometriach fraktalnych: dywanie i trójkącie Sierpińskiego. Fraktale te, osadzone w przestrzeni dwuwymiarowej, charakteryzują się niecałkowitym wymiarem Hausdorffa. Istotną różnicą w porównaniu do sieci regularnych jest brak możliwości określenia które węzły sieci stanowią materiał objętościowy, a które należą do brzegu. Numerycznie przestudiowane zostały własności spektralne i lokalizacja stanów własnych, gdzie zaobserwowano hierarchię stanów krawędziowych usytuowanych na różnych poziomach głębokości fraktalnej. Przy pomocy liczby Cherna w przestrzeni rzeczywistej oraz indeksu Botta, zidentyfikowano regiony w widmie energetycznym, w których stany mają nietrywialną topologię. Następnie przeanalizowano diagram fazowy w funkcji nieporządku i wywioskowano, że charakterystyczne cechy całkowitego kwantowego efektu Halla są również obserwowane w układach *prawie* dwuwymiarowych.

Druga część rozprawy poświęcona jest znaczeniu symetrii wynikających ze struktury przestrzennej sieci krystalicznych. Konkretnymi przykładami są tutaj monowarstwy grupy V: atomowo cienkie warstwy bizmutu i antymonu, opisane w ramach modeli ciasnego wiązania. Wykazano, że wolnotopująca warstwa bizmutu wykazuje kwantowy spinowy efekt Halla, podczas gdy pojedyncza warstwa antymonu jest opisana trywialnym niezmiennikiem  $\mathbb{Z}_2$ . Naprężanie tych układów prowadzi do otrzymania całkowicie płaskich warstw zwanych bizmutenem i antymonenem, które realizują fazę topologicznego izolatora krystalicznego chronionego przez symetrię lustrzaną wzdłuż osi  $z$ . Oprócz bezpośrednich obliczeń odpowiednich niezmienników topologicznych, zostały zastosowane miary splątania jako uzupełniające narzędzia do zdefiniowania topologii. Zaprezentowano w jaki sposób pełne widmo zredukowanej macierzy gęstości, odpowiadające przestrzennie oddzielonemu podsystemowi, pozwala na rozróżnienie między różnymi stanami topologicznymi. Dodatkowo zbadano skalowanie entropii splątania podczas topologicznych przejść fazowych spowodowanych przez domieszkowanie, zewnętrzne pole elektryczne oraz naprężenie. Jeszcze bardziej fundamentalną konsekwencją symetrii krystalicznych jest istnienie *ograniczonych izolatorów atomowych* (ang. *obstructed atomic limits*), tj. układów dla których silne indeksy topologiczne (jak liczba Cherna) są trywialne, ale nie są topologicznie równoważne izolatorom trywialnym w których stany elektronowe lokalizują się na węzłach sieci krystalicznej. Została zaproponowana klasyfikacja dwuwymiarowych ograniczonych izolatorów atomowych na bazie pętli Wilsona i wskaźników symetrii. Okazuje się, że monowarstwa antymonu, pośród innych przedstawionych potencjalnych materiałów, jest w rzeczywistości takim ograniczonym izolatorem i wykazuje chronione symetrią ładunki zlokalizowane na rogach sieci.

W trzeciej części omawiane jest wzajemne oddziaływanie topologii i niehermitowskości w hamiltonianach opisujących efektywnie układy otwarte. Wprowadzenie członu niehermitowskiego prowadzi do

wyjątkowych zjawisk takich jak punkty wyjątkowe (ang. exceptional points) oraz anomalna lokalizacja wszystkich stanów własnych na brzegu zwana efektem naskórkowości (ang. skin effect). Posługując się modelem  $\pi$ -flux na sieci kwadratowej z dodatkowym członem niehermitowskim, został zademonstrowany nowy efekt nazwany *odwrotnym* efektem naskórkowości, który nie wymaga żadnych całek przeskoju zależnych od kierunku. Przewidywania teoretyczne zostały poparte wynikami eksperymentalnymi uzyskanymi poprzez pomiary specjalnie zaprojektowanego obwodu elektrycznego, który realizuje fizykę niehermitowskiego modelu  $\pi$ -flux.

**Słowa kluczowe:** fazy topologiczne, modele ciasnego wiązania, fraktale, model Hofstadtera, splątanie kwantowe, (krystaliczne) izolatory topologiczne, hamiltoniany niehermitowskie