

prof. dr hab. inż. Bartłomiej Szafran  
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
al. Mickiewicza 30,30-059 Kraków

Kraków 21.08.2020

Recenzja pracy doktorskiej  
mgr. Adama Mielnika-Pyszczorskiego pt.

*Dynamika elektronów i fononów w sprzężonych nanostrukturach półprzewodnikowych*

Rozprawa została przygotowana pod opieką prof. dr hab. inż. Pawła Machnikowskiego jako promotora oraz dr inż. Krzysztofa Gawareckiego jako promotora pomocniczego w Katedrze Fizyki Teoretycznej na Wydziale Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej.

Przy realizacji badań pan Adam Mielnik-Pyszczorski pracował w grantach promotora (FNP Team, OPUS NCN). Badania objęte były również finansowaniem ETIUDA NCN. Wynikiem badań doktorskich, poza rozprawą, są cztery publikacje (dwie w Physical Review B, jedna w Scientific Reports, jedna w Acta Physica Polonica A). Doktorant jest pierwszym autorem tych czterech prac.

Rozprawa liczy 200 stron i podzielona jest na dwie części, z których pierwsza zawiera pięć rozdziałów i dotyczy dynamiki ładunku w układzie studnia – kropka kwantowa, a druga w dwóch rozdziałach opisuje dynamikę spinu elektronu uwięzionego w kropce. Zasadniczą część pracy poprzedza wstęp, który wyjaśnia cel badań i ich znaczenie oraz szkicuje zastosowaną metodykę, zapowiada najważniejsze wyniki i opisuje organizację rozprawy. Rozprawę zamyka podsumowanie. Około 30 stron zajmują dodatki zawierające wyprowadzenia formuł roboczych wykorzystanych w modelowaniu.

Głównym przedmiotem rozprawy jest problem wstrzykiwania nośników do stanu podstawowego uwięzionego w kropce kwantowej ze studni kwantowej przez tunelowanie z asystą fononów optycznych, bez pośrednictwa stanów wzbudzonych w kropce, w szczególności w warunkach, gdy poziom Fermiego w studni znajduje się w rezonansie z repliką LO stanu podstawowego kropki. Zastosowanie studni jako źródła nośników z procesem tunelowania do repliki tunelowej stanu podstawowego w kropce zostało wskazane w literaturze doświadczalnej jako zapewniające wyższą wydajność procesu (np. Pavelscu i inni IEEE Photonics Technology Letters 21 999 2009). Problem jest złożony, ma

podstawowe znaczenie naukowe i jest ważny w kontekście zastosowań, w szczególności wydajności laserów wykorzystujących kropki kwantowe jako obszar aktywny. Na Politechnice Wrocławskiej prowadzone są badania doświadczalne nad problemem wstrzykiwania nośników do kropek ze studni kwantowej [np. Rudno-Rudziński i inni *Applied Physics Letters* 94, 171906 (2009); M. Syperek *PHYSICAL REVIEW B* 85, 125311 (2012)], które sądząc po literaturze doktoratu, stanowiły jedno ze źródeł inspiracji dla badań teoretycznych prowadzonych w rozprawie. Do opisu procesu Doktorant posługuje się i rozwija zaawansowany model samozorganizowanych kropek kwantowych oraz relaksacji fononowej stworzony w grupie Promotora w tym z udziałem Promotora Pomocniczego. Spin elektronowy staje się tematem rozprawy w jej dwóch ostatnich rozdziałach poświęconych teorii modelowania stanów uwięzionych w przybliżeniu masy efektywnej, oddziaływaniu spin-orbita oraz relaksacji spinowej.

Motywacja i znaczenie badań są wyjaśnione we Wstępie. Rozdział drugi Rozprawy zawiera materiał opublikowany w artykule A. Mielnik-Pyszcorski, K. Gawarecki i P. Machnikowski, *Phonon-assisted tunneling of electrons in a quantum well/quantum dot injection structure*, *Physical Review B* 91 195421 (2015). Rozdział opisuje dynamikę nośników w układzie studnia/kropka z uwzględnieniem sprzężenia z wyłącznie akustyczną gałęzią fononów. Główny kanał tunelowania z udziałem fononów optycznych jest w tym rozdziale zaniebany. Autor parametryzuje układ tak, aby krawędź pasma przewodnictwa studni położona była w pobliżu energii stanu podstawowego kropki, co otwiera kanał tunelowania między studnią a kropką. Model układu zakłada soczewkowaty kształt kropki InGaAs na warstwie zwilżającej oraz dwuwymiarową studnię kwantową. Te trzy obszary, różniące się koncentracją indu, umieszczone są w matrycy GaAs. Efekty związane z niedopasowaniem stałych sieci GaAs oraz stopów InGaAs są uwzględnione wg metodologii opracowanej wcześniej w grupie Promotora. Z procedury minimalizacji energii elastycznej Autor wyprowadza składowe tensora odkształceń, które determinują położenie krawędzi pasm i wprowadzają potencjał związany z odkształceniami wg metody Bira-Pikusa. Stany elektronowe wyznaczone są w modelu jednopasmowym uzyskanym z hamiltonianu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ . Masy efektywne wyznaczone są w rachunku zaburzeń Loewdina. Autor zakłada cylindryczną symetrię hamiltonianu, która wymaga zaniebana odkształceń ścinających. W rachunkach Doktorant wykorzystuje skalarny model masy efektywnej wyprowadzony dla ośmiopasmowego modelowania  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ . Techniczną trudność sprawia sprzężenie stanów widma dyskretnego, zlokalizowanych w kropce, ze zdelokalizowanymi stanami studniowymi, które tworzą continuum energii. Autor continuum przybliża stosując metody dla stanów zlokalizowanych dla całego układu, tak, że stany studniowe tworzą układ o widmie dyskretnym, który ma symulować ciągłe spektrum energii. Hamiltonian (2.11) uwzględnia stany elektronowe i fononowe oraz sprzężenie między nimi ze składową potencjału deformacyjnego oraz pola piezoelektrycznego, które są zdefiniowane przez czynnik kształtu liczonym jako element macierzowy stanów elektronowych scałkowanych z falą płaską. Efekty związane z odkształceniem sieci krystalicznej są uwzględnione w składowej elektronowej i przez nią wchodzi do hamiltonianu sprzężenia elektron-fonon. Zakładana jest liniowa zależność energii fononów

akustycznych od wektora falowego. Składowa piezoelektryczna zawiera czynnik geometryczny dla kryształu o strukturze blendy cynkowej. Jak rozumiem, modyfikacja własności elastycznych kryształu związana z redystrybucją naprężeń w układzie o zmiennej koncentracji indu, jest zaniedbana w części fononowej. Na obronie Doktorant powinien wyjaśnić na ile dobre jest to przybliżenie.

Zależności czasowe, a w szczególności średnie obsadzenie stanów elektronowych Autor znajduje rozwiązując równanie Heisenberga techniką rozwinięcia na funkcje korelacyjne. Model zakłada szybką relaksację pola fononów akustycznych i zaniedbuje korelacje między fononami o różnych wektorach falowych jak również między stanami elektronowymi i fononowymi. Przejście elektronu między studnią a kropką trwające ułamek nanosekundy jest znacznie dłuższe niż procesy relaksacyjne w rezerwarze fononów co uzasadnia poczynione przybliżenia. Wyrażenia dwuelektronowe sprowadzane są do postaci separowalnej, co autor nazywa przybliżeniem Hartree-Focka. Model z rodzaju drugiego zaniedbuje spin oraz oddziaływanie kulombowskie między nośnikami. Po wprowadzeniu przybliżenia Markowa Autor wyprowadza równania kinetyczne na obsadzenie stanów elektronowych. Przejścia między stanami elektronowymi są indukowane wyłącznie przez pole fononowe, a równania zawierają rozkład Bosego dla fononów oraz współczynniki relaksacji fononowej dane przez gęstość spektralną zawierającą sprzężenia elektron-fonon. Z równania kinetycznego Autor wylicza współczynnik  $\gamma_0$  opisujący tempo wstrzykiwania nośników ze studni do kropki kwantowej. Parametry układu dobrane są tak, aby w granicy szerokiej bariery stan kropkowy znajdował się tuż pod najniższym stanem studniowym. Wynik podany na rysunku 2.5 wykazuje zbieżność wyników obliczeń w funkcji rozmiaru cylindrycznego pudła obliczeniowego, co uzasadnia przyjęty model ze sztywnymi warunkami brzegowymi dla funkcji studniowych. Tempo wstrzykiwania nośników okazuje się niemonotoniczną funkcją szerokości bariery tunelowej między kropką a studnią  $D$ . Tempo jest bliskie zeru dla  $D < 2$  nm ze względu na niedopasowanie energii pojawiające się jako konsekwencja silnego sprzężenia tunelowego i związanego z nim rozszczepienia poziomów energetycznych. Podobnie dla  $D > 12$  nm tempo spada wraz z zanikiem przekrywania między funkcjami falowymi stanów kropkowych i studniowych. Optymalne tempo wstrzykiwania nośników około 3/ns autor znajduje przy szerokości  $D$  około 6 nm. Efekty związane ze składową piezoelektryczną sprzężenia elektron-fonon okazują się małe.

Autor wylicza obsadzenie kropki w funkcji czasu. Obsadzenie stanów studniowych w warunkach początkowych przyjmowane jest z rozkładu Fermiego-Diraca. Niżej położony stan kropkowy ma być pusty na początku symulacji. Wypełnienie kropki w funkcji czasu rośnie jak różnica jedynek i gasnącej eksponenty. Z kolei obsadzenie najniższego stanu studniowego jest niemonotoniczne i wykazuje minimum po czasie rzędu nanosekundy. Minimum pojawia dlatego, że po przetunelowaniu elektronu do kropki następuje relaksacja z wyżej położonych stanów studniowych. Autor podkreśla, że doświadczalne czasy wstrzykiwania nośników w podobnych układach są o trzy rzędy wielkości krótsze.

W podsumowaniu do rozdziału drugiego Autor zwraca uwagę na problem związany z dużym rozmiarem problemu numerycznego związanego z dyskretyzacją hamiltonianu elektronowego. Opis stanów w studni dla uzyskania przybliżenia kwazi-kontinuum wymaga dużego pudła a opis kropki drobnego kroku siatki. Problem zostaje rozwiązany w rozdziale trzecim, w którym Doktorant opisuje metodę efektywnego wyznaczania stanów elektronowych o określonym momencie pędu wykorzystującą przybliżenie adiabatyczne motywowane silnym uwięzieniem w kierunku wzrostu. W metodzie rozwiązuje się równania jednowymiarowe w kierunku wzrostu dla ustalonej odległości od osi symetrii w płaszczyźnie. Energie własne uzyskane w równaniu jednowymiarowym wchodzi do składowej radialnej jako efektywny potencjał. Trójwymiarowe funkcje obwiedni oparte są na dwóch najniższych stanach kwantyzacji jednowymiarowej w kierunku wzrostu. Radialna funkcja falowa dana jest przez parę funkcji, z których każda związana jest z jednym z dwóch rozwiązań jednowymiarowego równania Schroedingera zapisanego w kierunku wzrostu. Efektywne równanie na funkcje radialne wyprowadzane jest z wykorzystaniem twierdzenia wariacyjnego. Wprowadzona w rozdziale metoda pozwala na znaczącą redukcję złożoności numerycznej. W rozdziale trzecim pracy bardzo brakuje testu podejścia adiabatycznego w porównaniu z rachunkiem pełnym.

Rozdział czwarty opisuje relaksację nośników przez fonony optyczne, przy czym hamiltonian z fononami Autor podaje wcześniej, w rozdziale trzecim. Teoria oparta jest na rozwinięciu równania Heisenberga na funkcje korelacyjne, przy czym autor stosuje przybliżenie fali wirującej (RWA) oraz zaniedbuje wzbudzenia wewnątrz studni. Rozważany jest stan podstawowy kropki położony poniżej zakresu kontinuum pasma przewodnictwa w studni. Założony jest brak dyspersji fononów LO. W rozwinięciu na funkcje korelacyjne autor identyfikuje obsadzenia kropkowe i studniowe, koherencje fononowe, wkłady polaronowe, dwucząstkowe oraz efekty związane z repliką fononową LO. W rozdziale zaniedbane są procesy relaksacji (przez fonony akustyczne) w studni, która znajduje się w stanie wzbudzonym po przetunelowaniu elektronu do kropki. Autor uzyskuje układ równań kinetycznych, które są domknięte tylko w szczególnych przypadkach (pojedynczy elektron, zapełniona studnia).

Autor pokazuje prosty, ale bardzo ciekawy test modelu, w układzie z dwoma poziomami, które w polu fononowym podlega oscylacjom Rabiego. Oprócz pełnego równania autor sprawdza przybliżenia zastosowane wcześniej dla pola fononów akustycznych: redukcję zmiennych fononowych do postaci rezerwuaru termicznego z pominięciem koherencji fononowych. Już to pierwsze przybliżenie produkuje niefizyczne wartości obsadzeń stanów ( $>1, <0$ ) a drugie efekt zdecydowanie pogłębia. Test wskazuje na konieczność zachowania korelacji fononowych oraz korelacji fonon-nośnik w rachunku i wyklucza stosowanie podejść średniopoloowych. Następnie autor wskazuje, że równania udaje się domknąć przy założeniu stałego sprzężenia fononowego stanów studniowych i kropkowych oraz braku fononów w chwili początkowej. Stany elektronowe podawane są w formie separowalnej, którą autor nazywa przybliżeniem Hartree-Focka. Oddziaływania kulombowskie są zaniedbane. Autor

przeprowadza równania do granicy widma ciągłego studni z renormalizacją stałych sprzężenia dla nieskończonego promieniem pudła obliczeniowego w studni. Macierz sprzężenia dla stanów o momencie pędu  $M=0$  wykazuje maksimum dla energii 50 meV, przy których długość fali w stanie studniowym zbliżona jest do rozmiaru kropki. Dla momentu pędu  $M=1$  maksimum położone jest wyżej, co tłumaczone jest energią wzbudzenia stanu kropkowego o niezerowym momencie pędu. W okolicach repliki fononowej macierz sprzężenia dla  $M=0$  i  $|M|=1$  osiąga wartości odpowiadające czasowi tunelowania rzędu 10 ps. Macierze sprzężenia dla wyższych  $M$  są znacznie mniejsze. Autor w dalszej części pracy uniezależnia macierze sprzężenia w okolicach repliki dla poszczególnych  $M$  od energii.

W podrozdziale 4.8 Autor omawia przypadek pełnego pasma w studni. Obsadzenie stanu podstawowego kropki osiąga 50% po czasie około 15 ps. Autor omawia problem nawrotu koherencji dla dużego kroku dyskretyzacji kontinuum studniowego. Obsadzenie stanów studniowych wykazuje pojawienie się luki w okolicach repliki fononowej, z interesującym wzorem oscylacyjnym w okolicach luki. Wzór ma wynikać z interferencji procesów wielokrotnych przejść studnia-kropka, którego amplituda znika w czasie gdy kropka ulega zapełnieniu.

Podrozdział 4.9 pokazuje ciekawy wynik dla pojedynczego elektronu ustawionego w stanie początkowym w studni na poziomie repliki fononowej kropkowego stanu podstawowego. Wyniki modelowania wskazują, że niezerowe obsadzenie kropki w stanie ustalonym uzyskuje się wyłącznie jako artefakt grubej dyskretyzacji stanów studniowych. W granicy kontinuum elektron powraca do studni w wyniku oddziaływania z polem fononów LO.

Podrozdział 4.10 prezentuje wyniki dla ogólnych warunków początkowych. Obsadzenie dyskutowane jest w funkcji położenia poziomu Fermiego względem repliki fononowej. Dla poziomu równemu replice obsadzenie kropki ustala się do wartości 50% po około 50ps. Dla wyższych energii Fermiego obsadzenie kropki pozostaje monotoniczną funkcją czasu, osiąga wartość graniczną 1 dla energii Fermiego 0.5 meV powyżej repliki. Dla energii Fermiego poniżej repliki graniczne obsadzenie kropki jest niezerowe, lecz obsadzenie przestaje być monotoniczną funkcją czasu. Pod koniec części 4.10 Doktorant wskazuje, że jego wyniki potwierdzają przekroczenie repliki LO jako warunek efektywnej relaksacji podany wcześniej w literaturze, a nie odtwarzają wniosków z pracy [106], która takiego związku nie znalazła. Na obronie doktorant powinien omówić bardziej szczegółowo ustalenia z Rozprawy w świetle stanu badań teoretycznych i doświadczalnych problemu wstrzykiwania nośników, w tym z asystą fononów LO.

Rozdział 5 opisuje pełniejszy model dynamiki ładunku z uwzględnieniem sprzężeń z obydwojema typami fononów. Dla energii Fermiego w pobliżu repliki LO kropkowego stanu podstawowego we wstrzykiwaniu nośników do kropki asystują fonony optyczne. Relaksacja do kropki przez fonony akustyczne zachodzi z dużo mniejszą efektywnością i tylko przy

energii Fermiego w pobliżu energii stanu podstawowego. Rola fononów akustycznych sprowadza się w tych warunkach do procesów relaksacji gazu elektronowego uwięzionego w studni. Autor zaniebduje procesy relaksacji wzbudzonych stanów kropkowych z udziałem fononów akustycznych i w równaniach kinetycznych uwzględnia wyłącznie relaksację elektronów obsadzających stany studniowe. Wyniki uzyskane przez Autora [Rys. 5.2] wskazują, że luka w obsadzeniu stanów studni po wstrzyknięciu elektronu do kropki ulega powoli wypełnieniu – efekt, który nie był obecny w rachunkach zaniebdujących fonony akustyczne [Rys. 4.9]. W podrozdziale 5.2 przeprowadzone jest również modelowanie procesu rozpadu fononu optycznego na fonony akustyczne, który zachodzi przy uwzględnieniu poprawek nieparabolicznych do energii potencjalnej kryształu. Przy ekstremalnej stałej sprzężenia w obsadzeniu stanów studniowych w okolicach luki przy energii bliskiej replice stanu kropkowego znika wzór interferencyjny [Rys. 5.4] związany z wielokrotnymi przejściami między studnią a kropką z udziałem fononu LO.

Modelowanie z pracy zaniebduje oddziaływania kulombowskie w studni. Na obronie doktorant powinien skomentować, dlaczego mogą być one nieistotne dla procesu wstrzykiwania nośników do kropki.

Dwa ostatnie rozdziały Rozprawy dotyczą problemów związanych ze spinem. Rozdział 6 dokumentuje pracę, jaką Doktorant z Promotorami wykonał dla konstrukcji dwupasmowego Hamiltonianu dla elektronów z pasma przewodnictwa poprzez redukcję hamiltonianu ośmiopasmowego  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  z procedurą, w której sprzężenie z pasmami walencyjnymi zostaje przeniesione do efektywnego operatora energii dla elektronów z pasma przewodnictwa, według metody Loewdina. Zredukowany hamiltonian zawiera efektywne oddziaływania spin-orbita, które wynikają z wyeliminowanych członów hamiltonianu startowego sprzęgających pasmo przewodnictwa z pasmami walencyjnymi. Doktorant poszukuje operatora  $S$  generującego transformację unitarną, która eliminuje elementy sprzężenia międzypasmowego i otrzymuje równanie na związek operatora  $S$  z docelowymi operatorami energii w paśmie walencyjnym i przewodnictwa oraz operatorem sprzężenia pasm przewodnictwa i walencyjnego ze startowego hamiltonianu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ . Operatory są rozwijane w szereg potęgowy w funkcji wektora falowego, a Autor zachowuje kwadratowe wyrazy dla wyrażenia na energię kinetyczną oraz sześcienną dla sprzężeń spinowo-orbitalnych. Teoria poza masami efektywnymi produkuje czynnik Landego oraz efektywne parametry sprzężenia spin-orbita zarówno Rashby jak i Dresselhausa. Metoda zastosowana jest do stanów elektronowych w samorganizowanych kropkach kwantowych, a wyniki podane są według kolejnych przybliżeń z uwzględnieniem kolejno naprężeń, uwięzienia oraz elementów pozadiagonalnych operatora  $D$ , którego odwrotności pojawiają się w rozwinięciu elementów operatora  $S$  w funkcji wektora falowego. Najbardziej zaawansowane przybliżenie Autor uzyskuje przez samuzgodnienie parametrów Luttingera do wartości średnich uzyskanych dla konkretnych stanów. To ostatnie przybliżenie dostarcza oszacowań najbliższych wynikom teorii  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  co do rozszczepienia poziomów kropkowych  $s$ - $p$  oraz czynnika  $g$  dla pojedynczej kropki kwantowej. Dla dwóch kropek zbadano szerokość

antycrossingu między poziomami o przeciwnych spinach w zewnętrznym polu magnetycznym. Tutaj najbardziej zaawansowany model nie odtwarza najlepiej szerokości antycrossingu, co jest zrozumiałe, gdyż antycrossing jest bardzo wąski, a domieszki spinów mniejszościowych niewielkie. Odtworzenie jego szerokości wymaga wysokiej precyzji w opisie sprzężenia spin-orbita. Wyniki zgadzają się jednak co do rzędu wielkości. Zamierzenie działania opisanego w tym rozdziale było ambitne i warte podjęcia. Do realizacji wykorzystano zaawansowaną teorię. Ilościowy sukces docelowego modelowania jest umiarkowany. Praca jest jednak cenna ze względów na intuicje jakie można uzyskać dla teorii  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  oraz teorii oddziaływania spin-orbita w kropkach samorosnących. Praca zawierająca wyniki tego rozdziału została opublikowana w Scientific Reports w 2018 roku. W rozdziale następnym Autor bada problem oddziaływania spin-orbita w pełnym modelu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ .

Ostatni rozdział dotyczy problemu relaksacji spinowej z udziałem fononów dla stanów w kropce samozorganizowanej. Problemy odczytu, kontroli i relaksacji spinowej i spinowego czasu koherencji są dobrze zbadane dla kropek elektrostatycznych, których opis teoretyczny jest stosunkowo prosty. Rozdział bada zjawisko relaksacji w zaawansowanym modelu uwięzienia w kropce, z uwzględnieniem odkształceń materiału kropki, w ramach ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ . W kropkach samorosnących poza oddziaływaniem spin-orbita istnieje kanał relaksacji związany z odkształceniami – nieobecny dla kropek elektrostatycznych, który wg wyników rozprawy decyduje o tempie relaksacji spinowej w kropkach samorosnących. Autor rozszerza hamiltonian sprzężenia pasma przewodnictwa z pasmami walencyjnymi o człony spinowo-orbitalne związane z odkształceniem. Autor bada relaksację z inwersją spinu w dublecie Zeemana z udziałem pojedynczego fononu akustycznego. Model oddziaływania elektron-fonon stanowi rozszerzenie modelu używanego w rozdziale drugim do ośmiopasmowego Hamiltonianu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ . Badany hamiltonian zawiera człon związany ze statycznymi odkształceniami (mechanizm domieszkowy) oraz odkształceniami związanymi z fononami (mechanizm spin-fonon), oraz kilka czynników wprowadzających oddziaływania spin-orbita do układu. Hamiltonian zawiera w szczególności sprzężenie Dresselhausa niezależne od odkształcenia oraz czynnik Rashby związany z gradientem przestrzennym krawędzi pasm. Teoria zaniedbuje sprzężenie nadsubtelne, które ma decydujący wpływ na relaksację i dekoherencję spinów w niskich polach magnetycznych. Doktorant klasyfikuje czynniki wnoszące wkład do relaksacji spinowej i bada ich indywidualne wkłady. Współczynniki obrotu spinu wyliczane są w funkcji zewnętrznego pola magnetycznego  $B$ , które ustala energię rozszczepienia dubletu. Zarówno wkład domieszkowy jak i spin-fonon do współczynnika obrotu spinu są proporcjonalne do piątej potęgi pola magnetycznego. O zmianie tempa relaksacji decyduje zależność gęstości spektralnej od długości fali rezonansowego fononu akustycznego. Zależność tempa relaksacji od piątej potęgi  $B$  była wcześniej znaleziona dla kropek elektrostatycznych. Autor wskazuje, że wkład spin-fonon jest o co najmniej jeden rząd wielkości mniejszy. Autor dalej analizuje wkłady domieszkowe do tempa relaksacji i znajduje, że największy wkład pochodzi od czynników statycznych pochodzących od

odkształceń pozadiagonalnych w pasmie przewodnictwa i walencyjnym, przy czym ten drugi dominuje w polach powyżej kilku tesli. Ponadto Autor odesparował wkład piezoelektryczny od potencjału deformacyjnego. Ten drugi zależy od pola magnetycznego w potęgzie siódmej; jest zaniedbywany w niskich polach, ale staje się silniejszy od sprzężenia piezoelektrycznego w polu około 10T. Wyniki tego rozdziału zostały opublikowane w pracy *Dominant role of the shear strain induced admixture in spin-flip processes in self-assembled quantum dots*, Phys.Rev B 97, 245313 (2018).

Praca napisana jest starannie i będzie pomocna dla osób zajmujących się tą tematyką w grupie badawczej oraz poza nią. Usterki redakcyjne są nieliczne (sformułowanie na stronie 22, że w modelu 3D konieczne jest uwzględnienie odkształceń ścinających, tutaj powinno być „możliwe” zamiast „konieczne”; przy definicji skrótu DP na stronie 26 D rozwinięte jest jako *deformation*). Przy każdym rozdziale pracy Autor szczegółowo wyjaśnia jaki jest jego osobisty wkład do teorii i wyników opisanych w danym rozdziale. Doktorant odpowiadał w szczególności za pisanie części programów, prowadzenie symulacji, wyliczanie formuł roboczych oraz części interpretacji wyników.

Osiągnięcia pracy, a w szczególności (1) opracowanie modelu wstrzykiwania nośników do kropek kwantowych ze studni kwantowej z asystą fononu LO z relaksacją stanów studniowych w oddziaływaniach z fononami akustycznymi oraz (2) opracowanie teorii relaksacji spinowej w dublecie Zeemanowskim uwięzionym w kropce w zaawansowanym modelu  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  stanowią bez wątpienia znaczący wkład do rozwoju fizyki teoretycznej kropek kwantowych. Badania doktorskie zostały wykonane solidnie, w ramach zaawansowanych modeli, teoria oraz wyniki są oparte na głębokiej analizie

Z pełnym przekonaniem mogę stwierdzić, że materiał przedstawiony do oceny spełnia zwyczajowe i prawne kryteria dla uzyskania stopnia doktora w dyscyplinie „nauki fizyczne”. Wnoszę o dopuszczenie doktoranta do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

*Bartłomiej Hefner*