

Odkrycie topologicznych faz materii stanowiło przełom w fizyce materii skondensowanej, prowadzący do powstania nowego paradygmatu opisu ciała stałego. Ponadto, niewrażliwość tych faz na zaburzenia czyni je potencjalnie użytecznymi w szerokim zakresie zastosowań, w tym na przykład w informatyce kwantowej. W niniejszej pracy badamy dwa przykłady takich faz, których wspólną cechą jest to że istnieją na płaskich pasmach energetycznych, tzn. skala energii oddziaływania dominuje nad skalą energii kinetycznej.

Pierwszą z rozważanych przez nas faz jest tzw. faza Haldane'a, istniejąca w antyferromagnetycznych łańcuchach spinów 1, cechująca się istnieniem czterech stanów krawędziowych zachowujących się jak efektywne spiny $\frac{1}{2}$. Badamy możliwość jej realizacji w łańcuchu kropek kwantowych, stanowiących syntetyczne obiekty o spinie 1, umieszczonych wewnątrz druta kwantowego. Aby opisać taki łańcuch, opracowujemy fermionowy model Hubbarda-Kanamori. Rozwiązujemy go za pomocą rachunku zaburzeń, dokładnej diagonalizacji oraz grupy renormalizacji macierzy gęstości i pokazujemy że jego stanem podstawowym faktycznie jest faza Haldane'a. W odróżnieniu od już istniejących realizacji tej fazy, łańcuch kropek kwantowych umożliwiłby kontrolę parametrów układu, na badanie pojedynczego łańcucha spinowego zamiast zespołu łańcuchów, oraz na optyczne badanie fazy Haldane'a. Ponadto, może on być użyty do skonstruowania makroskopowego kubitu typu singlet-tryplet.

Drugim przedmiotem naszych badań są tzw. ułamkowe izolatory Cherna (*fractional Chern insulators*, FCI) – sieciowe odpowiedniki ułamkowych cieczy hallowskich. Istnieją one na topologicznie nietrywialnych, prawie płaskich pasmach energetycznych w dwuwymiarowych kryształach, spełniających tę samą rolę co poziomy Landaua. Badamy te fazy w wielu modelach sieciowych, w tym w modelu zaproponowanym przez nas – sieci Lieba. Sprawdzamy wpływ różnych czynników na stabilność tych faz. W pierwszej kolejności, pokazujemy pojawianie się fazy FCI na sieci Lieba i badamy jej stabilność w zależności od jednoczątkowych parametrów modelu. Analiza ta pokazuje istotną rolę płaskości krzywizny Berry'ego, co jest zgodne z wynikami opisanymi w literaturze. Drugą z rozważanych kwestii jest rola wzbudzeń międzypasmowych. Analizujemy ten problem w uproszczonej wersji – w jednowymiarowej granicy – i pokazujemy że stabilność jednowymiarowych odpowiedników FCI można powiązać z dimeryzacją funkcji Wanniera. Trzecim z badanych przez nas czynników jest oddziaływanie długozasięgowe. Pokazujemy że przy niskich współczynnikach wypełnienia powoduje ono niestabilność stanów FCI i powstawanie kryształów Wignera. Efekt ten analizujemy badając małe periodyczne plakietki, opisane przez trzy różne modele sieciowe, przy różnych współczynnikach wypełnienia. Kształt powstających kryształów Wignera jest w dużym stopniu niezależny od zastosowanego modelu sieciowego i jest zgodny z wynikami dla klasycznych cząstek punktowych. Część z naszych rezultatów odnosi się wyłącznie do konkretnych modeli sieciowych, jednak inne, np. te dotyczące kryształów Wignera, pozwalają na sformułowanie ogólnych wniosków dotyczących właściwości oddziałujących cząstek obsadzających płaskie pasma topologiczne.