



UNIWERSYTET  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

Kraków, 23 września 2022

Prof. dr hab. Bartłomiej Dybiec  
Instytut Fizyki Teoretycznej  
Uniwersytet Jagielloński  
bartlomiej.dybiec@uj.edu.pl

Instytut  
Fizyki Teoretycznej

## **Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Bartłomieja Nowaka „Discontinuous phase transitions in discrete opinion dynamics models”.**

### **1. Podstawowe informacje o Doktorancie**

Pan Bartłomiej Nowak w latach 2013 – 2018 studiował matematykę stosowaną na Politechnice Wrocławskiej, gdzie uzyskał tytuł magistra inżyniera (2018) w oparciu o pracę „*Diffusion-model derived new function for describing chromatographic data, its properties and applications*”. Studia doktoranckie podjął w 2018 na Politechnice Wrocławskiej w Katedrze Fizyki Teoretycznej (Wydział Podstawowych Problemów Techniki), a kończy w roku bieżącym. W ramach staży naukowych przebywał w Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, Centre d’Economie de la Sorbonne (Francja) (wrzesień – listopad 2021).

Wiodącym motywem badań prowadzonych przez Doktoranta jest badanie modeli wyborcy będących uogólnieniem modeli typu Isinga. Od wielu lat modele tego typu stanowią przedmiot badań fizyków. Modele typu Isinga często stosowane są do opisywania modeli społecznych. Główną metodą badawczą stosowaną przez Doktoranta są metody analityczne oraz symulacje Monte Carlo. Metody analityczne są metodami typu średniego pola oraz przybliżenia par, a także metody oparte na technikach łańcuchów Markowa. Taka metodologia pozwala na skuteczną numeryczną weryfikację uzyskanych wyników, a przez to ocenę ich dokładności.

Rozprawę doktorską stanowi przewodnik „Discontinuous phase transitions in discrete opinion dynamics models” szczegółowo i precyzyjnie omawiający wyniki uzyskane i opublikowane w pięciu (recenzowanych) pracach A1 – A5 stanowiących podstawę rozprawy doktorskiej. Sprawia to, że recenzowane prace poddane są kolejnej ocenie. Pełny wykaz opublikowanych prac, według załączonego życiorysu, stanowi 6 prac naukowych.

Podkreślenia wymagają nagrody, wyróżnienia i inne osiągnięcia Doktoranta. Pan Bartłomiej Nowak otrzymał nagrodę Dziekana Wydziału Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej (2019, 2020). Był stypendystą POWER InterDok (2018 – 2022), otrzymywał stypendium dla najlepszych doktorantów (2019, 2020, 2021) oraz został nagrodzony stypendium im. Jana Mozrzymasa w zakresie badań interdyscyplinarnych (2022). Był wykonawcą w grantie NCN: „Agent-based modeling of opinion dynamics based on the psychological models of social influence” NCN2016/21/B/HS6/01256 (OPUS).

### **2. Charakterystyka dorobku naukowego**

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



Dorobek naukowy Doktoranta obejmuje: rozprawa doktorska oparta na pięciu wieloautorskich artykułach naukowych (A1–A5):

- A1 B. Nowak, K. Sznajd-Weron, *Homogeneous symmetrical threshold model with nonconformity: Independence versus anticonformity*, *Complexity* (2019).
- A2 B. Nowak, K. Sznajd-Weron, *Symmetrical threshold model with independence on random graphs*, *Phys. Rev. E* **101**, 052316 (2020).
- A3 B. Nowak, M. Grabisch, K. Sznajd-Weron, *Threshold model with anticonformity under random sequential updating*, *Phys. Rev. E* **105**, 054314 (2022).
- A4 B. Nowak, B. Stoń, K. Sznajd-Weron, *Discontinuous phase transitions in the multi-state noisy  $q$ -voter model: quenched vs. annealed disorder*, *Sci. Rep.* **11**, 1 (2021).
- A5 B. Nowak and K. Sznajd-Weron, *Switching from a continuous to a discontinuous phase transition under quenched disorder*, *Phys. Rev. E* **106**, 014125 (2022).

oraz publikacja

- A. Jędrzejewski, B. Nowak, A. Abramiuk, K. Sznajd-Weron, *Competing local and global interactions in social dynamics: How important is the friendship network?*, *Chaos* **30**, 073105 (2020).

Łącznie daje to 6 publikacji, które ukazały się od 2019 roku. Dla każdej z prac A1 – A5 autor wyraźnie i szczegółowo opisał swój wkład. Pan Bartłomiej Nowak jest pierwszym z autorów każdej z prac stanowiących rozprawę doktorską.

Od 2019 roku Pan Bartłomiej Nowak czterokrotnie prezentował swoje wyniki w formie plakatów i pięciokrotnie w postaci referatów konferencyjnych. Uczestniczył w dziewięciu konferencjach oraz szkole *Complex Networks: Theory, Methods, and Applications* (13 – 17.05 2019), Włochy. Dziewięciokrotnie wygłosił referaty na seminariach.

### 3. Ocena rozprawy doktorskiej

Prace A1 – A5 stanowiące rozprawę doktorską dotyczą badania zachowania dyskretnych, markowowskich modeli dynamiki opinii. Układy te badane są przy pomocy metod numerycznych i analitycznych. Badania mają na celu określenia charakteru występujących przejść fazowych: ciągłe versus nieciągłe w zależności od rodzaju modelu lub wartości parametrów kontrolnych. Ze względu na umieszczenie części modeli na w pełni połączonej sieci, sieć oraz wybór sąsiedztwa (z wyjątkiem modeli  $q$ -wyborcy) nie wprowadzają losowości. Losowość może być uwzględniona poprzez szum — sposób wyboru postawy konformizm/nonkonformizm lub wprowadzenie losowych progów, warunkujących zmianę stanu. Losowo wybrany osobnik z prawdopodobieństwem  $1 - p$  jest konformistą (przyjmuje opinię jednomyślnego  $q$ -panelu lub  $r$ -większości) lub z prawdopodobieństwem  $p$  jest nonkonformistą i działa niezależnie (przyjmuje jeden z możliwych stanów

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl





UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

Instytut

Fizyki Teoretycznej

z prawdopodobieństwem  $1/2$  (ogólnie  $1/s$ , gdzie  $s$  jest liczbą możliwych stanów)) lub jest antykonformistom (przyjmuje stan przeciwny, który jest intuicyjnie określony tylko dla  $s = 2$ ). Dlatego parametr  $p$ , poprzez analogię do temperatury w dynamicznych, równowagowych układach stochastycznych, determinuje losowość układu — określa „poziom” szumu. Dodatkowo niektóre wersje z analizowanych modeli rozważają zamrożony nieporządek (*quenched disorder*) i dynamiczny nieporządek (*annealed disorder*). W pierwszym przypadku stała i ustalona część osobników podejmuje zachowania konformizm/nonkonformizm, podczas gdy w dynamicznym nieporządku przed oddziaływaniem losowana jest postawa/zachowanie. Dzięki temu w populacji średnie frakcje agentów podejmujących zachowania danego typu są takie same. Nie mniej jednak zamrożony i dynamiczny nieporządek mogą prowadzić do różnych rodzajów przejść fazowych. Oczywiście losowość może zostać wprowadzona także na poziomie sieci oddziaływań — dzieje się tak w pracy A2, w której rozważane są sieci małego świata (Watts-Strogatz) i grafy losowe typu Erdős-Rényi.

Praca A1 dyskutuje jednorodny, markowowski, binarny, symetryczny model progowy (*threshold model*) na w pełni połączonej sieci z uwzględnieniem zachowania nonkonformistycznego (losowanie podejmowanej akcji: niezależność versus antykonformizm). Prowadzi to do powstania dwóch wersji modelu: model progowy z niezależnością i model progowy z antykonformizmem. W pracy autorzy dyskutują, dlaczego wybór  $r \geq 0.5$  pozwala na jednoznaczne zdefiniowanie przejść, a co za tym idzie uniknięcie frustracji. Dla  $r = 0.5$  obserwowane przejście fazowe (wywołane zmianą prawdopodobieństwa nonkonformizmu  $p$ ) jest ciągłe dla obu wersji modelu. Różnice między modelami pojawiają się dla  $r > 0.5$ , kiedy to w modelu z niezależnością przejście fazowe staje się nieciągłe, podczas gdy dla antykonformizmu parametr porządku jest ciągłą funkcją  $p$ , a uporządkowanie ( $c > 0.5$ ) występuje nawet dla całkowitej niezależności ( $p = 1$ ). Dzięki temu dla modelu z niezależnością obserwowane jest zjawisko histerezy. Co więcej, portrety fazowe dla modeli z  $r > 0.5$  są bardzo różne. W przeciwieństwie dla modelu z niezależnością, dla antykonformizmu istnieje obszar danych początkowych nieprzyciągany do stabilnych punktów stałych. Wyniki uzyskane przy pomocy metody pola średniego są potwierdzone symulacjami Monte Carlo.

Praca A2 rozważa model z niezależnością badany w A1 dla sieci małego świata i grafów Erdős-Rényi. Ważnymi wynikami jest konstrukcja diagramu fazowego (Fig. 2), analiza punktów stałych w funkcji wzrastającego średniego stopnia węzła (aż do uzyskania w pełni połączonej sieci) oraz analiza własności obserwowanej pętli histerezy dla przypadków w których przejście fazowe jest nieciągłe. Pozwala to na określenie własności modelu wraz ze wzrastającym stopniem połączenia węzłów oraz z wzrastającą wartością progę  $r$ . Zagadnieniem, którego dyskusja mogłaby zostać rozszerzona, jest określenie czy i jak na podstawie samej Fig. 2 można określić rodzaj przejścia fazowego? Tutaj także, wyniki uzyskane przy pomocy metod analitycznych (przybliżenie par) są porównanie z wynikami symulacji Monte Carlo.

Kolejna praca A3 analizuje jednorodny i niejednorodny, markowowski, binarny, niesymetryczny model progowy (*threshold model*) z antykonformi-

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl





UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

Instytut

Fizyki Teoretycznej

zmem na w pełni połączonej sieci. Stosowane metody analityczne to nie tylko metoda pola średniego, ale także technika łańcuchów Markowa. Jednorodna wersja modelu odpowiada sytuacji, gdy każdy z osobników jest scharakteryzowany taką samą wartością prognozy  $r$ . Przypadek niejednorodny odpowiada sytuacji, gdy indywidualne wartości prognoz losowane są rozkładu  $\beta$ , który określony jest na odcinku  $[0, 1]$ , a dzięki zmianie wartości parametrów kontrolnych jest w stanie odtworzyć różne szczególne przypadki. Analiza zachowań asymptotycznych przeprowadzona jest w oparciu o klasyczną analizę punktów stałych i ich stabilności. Analiza ta jest rozszerzona o badanie potencjału efektywnego. Ze względu na podobieństwo omawianego modelu do błędzenia przypadkowego oraz analizę potencjału efektywnego interesująca byłaby próba powiązania pojawiających się stanów stacjonarnych ze stanami stacjonarnymi Boltzmann-Gibbsa.

Modele rozważane w pracach A1 – A3 są tak zwanymi modelami z dynamicznym nieporządkiem (*annealed disorder*) — każdy agent jest taki sam, postawa konformizm/nonkonformizm wybierana jest za każdym razem. W pracy A4, a także A5 dodatkowo rozważany jest tak zwany zamrożony nieporządek (*quenched disorder*) — agenci a priori podzieleni są na dwie grupy konformistów i nonkonformistów. Dodatkowo modele z prac A4 – A5 nie muszą być już modelami binarnymi — są one wielostanowymi modelami  $q$ -wyborcy.

Praca A4 bada markowowski, wielostanowy, model  $q$ -wyborcy z niezależnością na w pełni połączonej sieci z zamrożonym i dynamicznym nieporządkiem. Ze względu na wielostanowość niezależność realizowana jest poprzez losowanie jednego z  $s$  dostępnych stanów z prawdopodobieństwem  $1/s$ . Dlatego nonkonformizm zostaje ograniczony wyłącznie do niezależności. W pracy autorzy szczegółowo definiują czym jest faza nieuporządkowana ( $c_\alpha = 1/s$ ), faza uporządkowana (jeden ze stanów dominuje) oraz współwystępowanie faz, które może pojawić się tylko dla nieciągłych przejść fazowych, gdy realizowany stan końcowy (porządek/nieporządek) zależy od stanu początkowego. Autorzy wskazują, że zachowanie modelu zależy od liczby stanów oraz rodzaju nieporządku. Wzrastająca liczba stanów preferuje nieciągłość przejść fazowych, które dla  $s > 2$  dla obu rodzajów nieporządku stają się nieciągłe. Ze względu na nieciągłość przejść fazowych analiza modelu rozszerzona jest o analizę własności pętli histerezy. Wyniki uzyskane przy pomocy metody pola średniego są potwierdzone symulacjami Monte Carlo.

Praca A5 jest rozszerzeniem pracy A4 na przypadek antykonformizmu. Ze względu na wielostanowość modelu ( $s > 2$ ) antykonformizm realizowany jest poprzez losowanie jednego ze stanów, który jest różny od stanu jednorodnego  $q$ -panelu, z prawdopodobieństwem  $1/(s - 1)$ . Taki wybór mógłby być bardziej szczegółowo uzasadniony, szczególnie w kontekście *bounded confidence models*. Zamrożony (statyczny) nieporządek preferuje nieciągłe przejścia fazowe.

W przedstawionych pracach analizowane modele są szczegółowo badane, dyskutowane są ich szczególne przypadki. Dzięki temu można dowiedzieć się, w jakich przypadkach modele stają się równoważne. Autorzy wskazują też możliwe kierunki przyszłych badań, które zostały już zrealizowane w ko-

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

Instytut

Fizyki Teoretycznej

lejnyc pracach stanowiących rozprawę doktorską oraz mogą zostać podjęte w przyszłości.

Niejednorodności przestrzenne pełnią ważną rolę w rozprzestrzenianiu się idei (Phys. Rev. E **85**, 056116 (2012)) oraz epidemii (Math. Biosci. **180**, 293 (2002), Eur. Phys. J. B **90**, 85 (2017)). Niejednorodności prowadzą do powstawania miejsc izolowanych, które są szczególnie odporne na wpływy zewnętrzne lub zarażenie, za względu na utrudniony dostęp lub otoczenie osobnikami szczególnie odpornymi (*firewalls*). W tym kontekście interesujące wydaje się zadanie pytania, czy i jak niejednorodności mogą wpłynąć na powstanie izolowanych klastrów opinii?

Zarówno przewodnik „Discontinuous phase transitions in discrete opinion dynamics models” jak i opisane prace A1 – A5 są czytelnie i przejrzysto napisane. Niestety pisząc przewodnik oraz artykuły naukowe Autorowi zdarzyły się drobne potknięcia. W rozprawie doktorskiej pojawiła się konstrukcja „on the figure”; w pracy A1 (s. 8) napisane jest, że dla  $c(0) \in (1 - r, r)$  układ jest przyciągany do stanu nieuporządkowanego ( $c = 0.5$ ) podczas gdy linie odpowiadające niestabilnym punktom stałym nie są równoległe do osi odciętych (Fig. 1 z  $r > 0.5$ ); w pracy A2 definicja stanu „ordered” mogłaby zostać rozszerzona; w A2 w abstrakcie oraz podpisie Fig. 7 pojawia się niepopularne sformułowanie „rewriting probability”; w A3 notacja w równaniach (7), (19) i (29) jest niespójna; w A4 w podpisie Fig. 2 pojawia się kwantyl 0 i 100 — czy nie lepiej byłoby mówić o minimalnej i maksymalnej zaobserwowanej wielkości? Powyższe uwagi mają charakter techniczny i nie obniżają wysokiej wartości naukowej przedstawionej rozprawy doktorskiej.

## 5. Podsumowanie

Lektura prac A1 – A5 oraz przygotowanego wstępu/przewodnika pokazuje, że magister Bartłomiej Nowak bardzo dobrze opanował techniki badania układów złożonych. Zastosowane metody obliczeniowe pozwalają na przeprowadzenie wnikliwych analiz numerycznych i analitycznych badanych układów. Przeprowadzone analizy są uzupełnione o szczegółową dyskusję uzyskanych wyników, użytych metod oraz ich ograniczeń. Umiejętności opanowane przez Doktoranta pozwalają na prowadzenie dalszych owocnych badań.

Z dużą przyjemnością przeczytałem prace stanowiące rozprawę. Za szczególnie wartą podkreślenia cechę badanych modeli uznałbym ich koncepcyjną prostotę połączoną z bogactwem zjawisk w nich obserwowanych. Wysoko oceniam działalność naukową Doktoranta. Tematykę prowadzonych badań uważam za interesującą, a dorobek naukowy Doktoranta oceniam jako bardzo dobry. Uważam, iż przedstawiona rozprawa doktorska spełnia wszelkie wymagania ustawowe oraz zwyczajowe i uzasadnia dopuszczenie magistra Bartłomieja Nowaka do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Bartłomiej Pylica

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-26

+48(12) 664-46-77

e-mail:

sekret@th.if.uj.edu.pl

