

Prof. Jakub Tworzydło
Instytut Fizyki Teoretycznej
Wydział Fizyki
Uniwersytet Warszawski
ul. Pasteura 5, Warszawa

Recenzja rozprawy doktorskiej
magistra inżyniera Błażeja Jaworowskiego
pt. *"Electron correlations in topological flat bands"*

Przedstawiona do oceny rozprawa doktorska pana magistra inżyniera Błażeja Jaworowskiego liczy 184 stron, ponadto poprzedzona jest streszczeniem w języku angielskim i polskim, została też opatrzona spisem treści, spisem stosowanych skrótów i ważniejszych symboli. Praca podzielona została na cztery rozdziały, dwa pierwsze stanowią wprowadzenie i mają charakter pracy przeglądowej, rozdział trzeci i czwarty przedstawiają oryginalne wyniki autora uzyskane w trakcie studiów doktoranckich. Od strony edycyjnej przedstawiona praca zapewnia czytelnikowi odczucie ponadprzeciętnej solidności, staranności i powagi naukowej. Numeracja rozdziałów i podrozdziałów jest dobrze przemyślana, ich zawartość treściowa została podzielona w sposób zrównoważony. Zamieszczone wzory i oznaczenia są edytowane starannie, jednak budzi moje zdziwienie ascetyczna numeracja równań. Wiele ważnych wyników i istotnych kroków pośrednich zamieszczone jest w równaniach nie posiadających numeracji.

W swojej pracy autor umieścił liczne, starannie wykonane, czytelne i kolorowe wykresy. Rysunki te są bardzo dobrze zintegrowane z tekstem i znakomicie pełnią rolę ilustracyjną. Pozwolę sobie przytoczyć parametry liczbowe, aby uwypuklić pracowitość autora. I tak, na łącznie 74 wykresy, w rozdziale 1. zamieszczone są 22 z nich, w rozdziale 2. 13 rysunków, w 3. podobnie 13 rysunków oraz 26 wykresów w ostatniej, 4. części rozprawy. Liczby te wskazują też, że materiał został umiejętnie podzielony pomiędzy rozdziałami, choć być może ostatni jest nieco przeładowany.

Błędy edycyjne autora są doprawdy nieliczne, jednak kilka z nich zwróciło moją uwagę. Na s. 48 rozmiar bazy powinien wynosić $(2S+1)^L$, na s. 73 nad równaniem (2.32) trzykrotnie powtórzony jest

ten sam operator rzutowy oraz pod równaniem (2.33) stan 2_i jest błędnie zapisany. Ponadto w podpisie pod rysunkiem na str. 139 podane parametry dla przypadku a) i b) są identyczne, przypadek c) zawiera źle edytowane „phi”, nie znalazłem też definicji oznaczeń M , M' na str. 143. Czytanie pracy wydatnie ułatwia umieszczona na początku lista skrótów, jednak nie jest ona kompletna. Brakuje rozwinięć dość istotnych, choć dobrze znanych skrótów AKLT i PEPS oraz mniej znanych WP i PCD. Kolejnym drobnym, choć nieco irytującym błędem edytorskim jest dwukrotne podanie tej samej pracy jako Ref. 149, i jako Ref. 217. Jest to o tyle istotne, że autor korzysta z tej jednej pracy, aby wyprowadzić ważne reguły zliczania dyskretnych pędów wielociałowego układu na sieci, przedstawione szczegółowo w rozdziałach 2.4.3, 2.4.4 oraz 2.4.5.

Badania naukowe, które stały się podstawą złożonej pracy, prowadzone były na Wydziale Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej oraz w Katedrze Kwantowej Teorii Materiałów na Uniwersytecie w Ottawie, jak również we współpracy z Wrocławskim Centrum Sieciowo-Superkomputerowym. Przedstawione w przedłożonej rozprawie badania dotyczą zagadnień czysto teoretycznych, wysoce wyrafinowanych w warstwie koncepcyjnej i merytorycznej. Wyniki badawcze uzyskane przez autora pochodzą przede wszystkim z zaawansowanych obliczeń numerycznych, szczegółowo dopracowanych do rozwiązywania trudnych problemów kwantowych układów wielu ciał. Wydaje się, że podjęta współpraca z centrum komputerowym była jak najbardziej owocna i uzasadniona, zapewniając prowadzonym badaniom właściwe miejsce w nauce światowej.

Badania własne autora, przedstawione w rozdziale 3. dotyczyły drutu półprzewodnikowego z zatopionymi w nim, oddziałującymi kropkami kwantowymi. Treść i wyniki tego rozdziału są najbliższe z całej pracy realizacji w zastosowaniach doświadczalnych, a powstały we współpracy z promotorem, prof. Hawrylakiem z Uniwersytetu w Ottawie. W kolejnym rozdziale centralnym zagadnieniem badawczym jest poszukiwanie faz ułamkowego kwantowego izolatora Cherna (ang. FCI) na sieci, zarówno w przypadku dwuwymiarowy, jak też w uproszczonym zredukowanym zagadnieniu jednowymiarowym. Tę tematykę autor rozwijał głównie z promotorem pomocniczym p. dr. Potaszem, systematycznie na przestrzeni kilku lat. Ostatnie podrozdziały pracy przynoszą omówienie nowatorskich wyników dotyczących identyfikacji i klasyfikacji faz kryształu Wignera w małych układach z pasmami topologicznymi. Jest to bardzo udana próba identyfikacji tych faz, przedstawione opracowanie jest niezwykle systematyczne, zawiera szereg interesujących rozwiązań

metodologicznych.

Pracując nad doktoratem p. Błażej Jaworowski dojrzał w środowisku fizyków teoretyków znanych z wysokich standardów merytorycznych, doskonałych aspiracji, władających zaawansowanymi narzędziami rachunkowymi i pojęciowymi. Jestem przekonany, że pan Błażej Jaworowski w bardzo wysokim stopniu wypełnił postawione przed nim, ambitne wyzwania. Przedstawiona rozprawa świadczy o tym, że nie tylko nauczył się poruszać w szerokiej tematyce badawczej, ale też efektywnie pracował pod kierunkiem kilku różnych osobowości naukowych. Uważam, że dla młodego doktoranta często nie jest to łatwa sytuacja, i tylko najlepsi są jej w stanie sprostać z bardzo dobrym wynikiem.

Praca sporządzona jest w całości w języku angielskim, użyty język jest komunikatywny, klarowny, bardzo poprawny. Pracę czyta się płynnie, potknięcia stylistyczne autora są bardzo nieliczne, nie razi też nadmiar skrótów myślowych czy żargonu. Wszystko to świadczy bardzo dobrze o zdolnościach i sumienności młodego badacza. Zapewnia mu też dobry start do przyszłej kariery naukowej, gdzie biegłe władanie nad tekstem w języku angielskim jest absolutną koniecznością. Muszę podkreślić, że zawarty w pracy rozległy wstęp z pewnością był przepracowany samodzielnie przez autora, a biegłość językowa promotorów nie była tu czynnikiem decydującym.

Przykłady nielicznych błędów językowych, które odnalazłem to: „the sites interact” na str. 7 (to spiny w węzłach oddziałują, nie węzły), „three triplets” str. 8 (trzy stany z jednego trypletu, a nie trzy tryplety), na str. 154 powtórzona jest dwukrotnie fraza „three lattices”, a w zdaniu na str. 161 zawierającym „the momentum counting consistent with” brakuje orzeczenia.

W części wstępnej, którą stanowi cały pierwszy rozdział liczący 45 strony, autor prezentuje bardzo rozległy materiał, jednak ściśle powiązany z tematem pracy. Większość zagadnień ujętych jest w sposób przeglądowy, bez nadmiernego skupiania się na szczegółach. Autor wykazuje tym samym dojrzałość i biegłość w wyspecjalizowanej wiedzy przedstawianego działu fizyki teoretycznej. Warto podkreślić, że autor dyskutuje też zagadnienia, pojawiające się w nowoczesnej literaturze przedmiotu i będące na froncie badań takie, jak np. rozróżnienie faz topologicznych SPT (ang. symmetry protected topological phase) chronionych symetrią i faz ITO (ang. intrinsic topological order) wewnętrznie uporządkowanych topologicznie. W tej części trochę może ciąży zbyt dużo podręcznikowego

materiału: dwa razy rozwiązywane są poziomy Landaua (w różnych cechowaniach) czy podany jest dość szczegółowy rachunek dla translacji magnetycznych.

Wiele zagadnień poruszanych w części przeglądowej pracy jest bliskie słynnemu wynikom Duncana Haldana. Szczegółowo dyskutowane są fazy łańcucha spinów $S=1$ czy też model „poziomów Landaua bez pola”, czyli badania, za które Haldane został uhonorowany Nagrodą Nobla zaledwie dwa lata temu. Dziwi mnie, że w pracy nie znalazłem odnośnika do tego faktu, choć prawdopodobnie pan Jaworowski jest jednym z nielicznych polskich fizyków, którzy mogą docenić i zrozumieć kontekst i intelektualną doniosłość tych osiągnięć.

W tak szerokim przeglądzie, jak ten przygotowany przez autora, nie sposób uniknąć pewnych nieścisłości, czy nawet niezrozumienia zawitych zagadnień. Podam poniżej dwa przykłady takich niedociągnięć, jako że moim obowiązkiem recenzenta jest takie właśnie, bardziej krytyczne podejście.

Wyprowadzenie ważnej wielkości, nazywanej fazą geometryczną, czy też fazą Berry'ego, które autor proponuje na str. 26 wykazuje wiele nieścisłości, które wydają się niweczyć wysiłek prezentacyjny autora. Już pierwsze stwierdzenie przed równaniem (1.28), podające zależność hamiltonianu H od wielkości γ , która oznacza poszukiwaną fazę Berry'ego, jest niepoprawne, choć prawdopodobnie jest to tylko pomyłka edytorska. W pewną konfuzję wprowadził mnie opis $U(t)$ jako transformacji unitarnej, przy czym chodziło tylko o zwykłą, zależną od czasu fazę. Dalej wprowadzane jest oznaczenie T , jako „period of evolution”, przy czym nie ma tu w ogóle mowy o ewolucji periodycznej i oznaczenie to dalej się nie pojawia. Na końcu dostajemy wynik (1.32), w którym podane jest rozwiązanie na $U(t)$, zupełnie niezależne od czasu, co przeczy równaniom (1.29) oraz (1.30), gdzie czasowa pochodna tej wielkości wydaje się być niezerowa. Stąd też moja prośba o krytyczne przejrzenie, i jeśli czas pozwoli na publicznej obronie, syntetyczną ale zarazem dydaktyczną prezentację koncepcji fazy Berry'ego (przykładem może służyć np. podręcznik Sakurai z 2005 roku).

W przedostatnim paragrafie podrozdziału 1.3.8 (str. 29) autor dyskutuje kwestię wpływu stanów krawędziowych oraz stanów objętościowych w próbkę z nieporządkiem na kwantyzację przewodnictwa hallowskiego. Stawia tezę, że w obecności przewodnictwa objętościowego, suma poprawek do stanów objętościowych i brzegowych jest skwantowana. Wydaje mi się, że stwierdzenie to jest niejasne i

odzwierciedla jedynie niepewność wcześniejszych ujęć dostępnych w literaturze. Obecnie panuje powszechna zgoda co do tego, że nie istnieją stany objętościowe zdelokalizowane, w granicy nieskończonej próbki, a tym samym nie dają one poprawek ani do przewodnictwa podłużnego, ani do poprzecznego. W skończonej próbce natomiast takie stany są obecne, jednak odpowiadają właśnie odstępstwom od kwantyzacji, które można systematycznie badać metodami „finite size scaling”. Dzięki tym ideom (badanym np. w serii prac K. Slevina i T. Ohtsukiego) udało się precyzyjnie wyznaczyć asymptotykę krytyczną, w tym wykładnik potęgowy rozbieżności długości lokalizacji. Oczywiście, problem lokalizacji stanów w układach wykazujących całkowitoliczbowy kwantowy efekt Halla nie jest głównym polem zainteresowań badawczych autora. W tej krytycznej uwadze chciałem tylko zwrócić uwagę na pułapki, które mogą pojawić się, gdy podejmowane jest, zresztą słusznie, przedsięwzięcie całościowego ujęcia zagadnień związanych z szeroką tematyką topologicznych pasm.

Kolejny, równie obszerny rozdział 2. (liczący 57 stron) zawiera bardzo potrzebna część metodologiczną, która niestety nie zawsze jest umieszczana w pracach doktorskich. Szczególnie ucieszyła mnie merytoryczna zawartość tej części rozprawy, przynosząca konkretne i dopracowane przedstawienie technik koniecznych do przeprowadzenia badań własnych autora. Rzeczywiście, należy docenić i uwypuklić niezwykłą pracowitość i staranność autora w systematycznym wykładzie technik kolejno: ścisłej diagonalizacji układów oddziałujących spinów i fermionów, numerycznej metody grupy renormalizacji (DMRG), wprowadzenia do ujęcia przy pomocy stanów MPS (ang. matrix product states) i na koniec metod służących do identyfikacji niezerowych liczb Cherna pasm, obecności faz typu ułamkowego kwantowego efektu Halla, czy nawet identyfikacji kryształu Wignera na małych, ściśle rozwiązywanych modelach sieciowych.

Wyjątkowo interesującą techniką, która nie tylko pozwala prowadzić obliczenia numeryczne, ale jednocześnie dotyka głębokich aspektów koncepcyjnych teorii kwantowych układów oddziałujących, jest opisywana przez autora w podrozdziałach 2.2.3, 2.2.4 i 2.2.5 grupa metod opartych na MPS. Metoda ta polega na przedstawieniu stanów układu w łatwej do manipulacji i do zwięzłego zapisu postaci iloczynu tensorów zwężanych z liczbami kwantowymi, opisującymi lokalnie badany stan. Fundamenty metody MPS z pewnością stanowią przełomowe odkrycie ostatniej dekady, i niezwykle budujące jest to, że autor posiadający o nich rozległą wiedzę, podzielił się nią w przedstawionej dysertacji i znalazł badawcze zastosowania metody MPS.

Szczególną moją uwagę zwróciła dyskusja związku pomiędzy wprowadzeniem DMRG oraz ujęciem przy pomocy stanów MPS, w szczególności dyskusja z przed ostatniego paragrafu podrozdziału 2.2.5 (str. 84). Nie wiem, czemu autor kładzie nacisk na historyczne sformułowanie, w którym punktem odniesienia i pierwotną metodą jest DMRG, natomiast wariacyjne MPS jest niejako wtórne. Faktycznie, DMRG zbudowana jest na genialnej intuicji White'a, ale dużo bardziej czytelny i współczesny tok prezentacji powinien moim zdaniem zaczynać się od metody MPS i jej wariacyjnego rozwiązania, ewentualnie wskazując równoważność do „single-site” DMRG. Wyprowadzenie takie jest asymptotycznie dokładne dla $D \rightarrow \infty$ i kontrolowane zasadą minimum energii dla skończonych obcięć w parametrze D . Ponieważ „double-site” DMRG nie ma tych pożądaných własności, nie jest dokładne (stosując jedno niekontrolowane przybliżenie po drodze), to może być spokojnie odrzucone. Nie zgadzam się z tezą, że „finite” DMRG przypomina procedurę wariacyjną, może nie jest to teza niepoprawna, ale jest mocno nieprecyzyjna. Powstaje na skutek przywiązania do wyprowadzenia historycznego, które nie jest już konieczne. Mogę tu nieco przewrotnie podeprzeć się obserwacją, że sam autor porzuca korzystanie z DMRG na rzecz wariacyjnego MPS (s. 127 w rozdz. 3.). Chętnie przedyskutowałbym, czy usłyszał opinię autora o związkach i zaletach wariacyjnego sformułowania przy pomocy stanów MPS w stosunku do tradycyjnego podejścia z metody DMRG (zwracam tu uwagę na syntetyczną pracę U. Schollwock, Phil. Trans. R. Soc. A 369, 2643 (2011), a także na cytowaną przez autora Ref. 61).

Zmierzając do konkluzji tej recenzji chciałbym jeszcze krótko odnieść się do osiągnięć publikacyjnych autora. Wymienię tutaj jawnie, na co zresztą sam autor wskazuje, że rozdział 3. rozprawy odpowiada publikacji w Scientific Reports (IF=4.1), podrozdział 4.1 odpowiada publikacji w Physical Review B (IF=3.8), podrozdział 4.2 to odpowiednio Physics Letters A (IF=1.7), oraz podrozdział 4.3 to publikacja w New Journal of Physics (IF=3.6). Publikacje ukazały się na przestrzeni trzech ostatnich lat, młody badacz jest w nich wszystkich pierwszym autorem, nazwiska promotora, ko-promotora i promotora pomocniczego też oczywiście uwzględnione są na odpowiednich miejscach list współautorów. Nie mam najmniejszych wątpliwości, że są to nowatorskie, starannie przemyślane i bardzo dobre publikacje, przy czym trzy z nich zamieszczone zostały w poważnych, bardzo dobrych czasopiśmie. Przeczytałem z uwagą i zainteresowaniem ekspozycję tych prac przedstawioną przez autora w rozprawie i mam przekonanie, że p. Błażej Jaworowski wniósł ważny wkład do uzyskanych wyników. Dorobek publikacyjny jak na kandydata na doktora jest zatem ponadprzeciętny, i utwierdza

mnie w mocnym przekonaniu o bardzo dobrych predyspozycjach badawczych p. Błażeja Jaworowskiego.

Podsumowując stwierdzam, że przedstawiona do oceny praca spełnia z naddatkiem wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane pracom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej autora do dalszych etapów przewodu.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'T. Wójcicki'.

Warszawa, 20.11.2018 r.