

Kraków, 10 grudnia 2020

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Marty Brzezińskiej pt. *Beyond the ten-fold way: novel topological phases in low-dimensional systems*

Recenzowana rozprawa doktorska została wykonana w Katedrze Fizyki Teoretycznej Wydziału Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej, promotorami byli Prof. dr hab. inż. Arkadiusz Wójs (PWr) i Prof. Dr. Titus Neupert (Uniwersytet Zuryjski, Szwajcaria), zaś promotorem pomocniczym dr inż. Paweł Potasz (PWr). Rozprawa ma formę klasyczną, główny tekst liczy 159 stron w języku angielskim i jest podzielony na sześć rozdziałów, po których zamieszczono trzy dodatki matematyczne i spis literatury liczący 403 pozycje. Tekst uzupełniają streszczenia w języku angielskim i polskim, podziękowania, lista wszystkich publikacji autorki (ze wskazaniem pięciu artykułów w czasopismach recenzowanych, których wyniki zostały opisane w dalszych częściach rozprawy), spis treści, spisy ilustracji i tabel, jak również alfabetyczna lista skrótów używanych w tekście głównym. Łącznie, materiały te liczą 21 stron numerowanych liczbami rzymskimi. Do rozprawy załączony jest także jednostronicowy życiorys doktorantki.

Zasadniczym tematem badań teoretycznych, a w części także doświadczalnych z wykorzystaniem modeli analogicznych, opisanych w rozprawie były efekty topologiczne w specjalnie wybranych układach nieoddziałujących elektronów, dla których nie znajduje zastosowania znany podział układów topologicznych na dziesięć klas (tytułowa *the ten-fold way*) oparty na obecności (lub braku) symetrii dyskretnych względem odwrócenia czasu, transformacji cząstka dziura, i symetrii chiralnej, z dodatkowym założeniem obecności przerwy w widmie stanów objętościowych układu. Chociaż jest jasne, że wspomniana klasyfikacja układów topologicznych nie stosuje się do wszystkich układów elektronowych bez wyjątku (co do zasady, klasyfikacja nie

działa np. dla układów oddziałujących elektronów), wskazanie i podanie szczegółowego opisu układów nieoddziałujących, a zarazem nieprzystających do schematu “dziesięciu klas”, bez wątplenia uznać należy za istotny wynik naukowy.

Pracę rozpoczyna zwięzłe omówienie znanych w fizyce materii skondensowanej przykładów występowania fazy topologiczne i klasyfikacji tych faz w oparciu o symetrię (patrz rozdział 1., *Topological states of mater*). W dalszych częściach pracy, prezentowane są oryginalne wyniki doktorantki dotyczące wybranych układów kwantowomechanicznych, które należą zasadniczo do trzech odrębnych rodzajów.

W pierwszej kolejności (zob. rozdział 2., *Topological states in fractal lattices*) autorka analizuje model Hofstadtera dla elektronów uwięzionych w dwuwymiarowych zbiorach fraktalnych: dywanie i trójkącie Sierpińskiego. Oba zbiory charakteryzuje ułamkowy wymiar fraktalny (wymiar Hausdorfa); niemożliwy jest także — w odróżnieniu od sieci regularnych — podział węzłów sieci na węzły stanowiące tzw. “materiał objętościowy” oraz węzły należące do brzegu układu. W rozprawie opisano hierarchię stanów krawędziowych, usytuowanych na różnych poziomach głębokości fraktalnej, pokazano także jak za pomocą liczby Cherna (w przestrzeni rzeczywistej) oraz indeksu Botta można identyfikować obszary w widmie energetycznym, którym odpowiadają stany własne o nietrywialnej topologii. Dalej, analizowano także diagramy fazowe rozważanych układów po wprowadzeniu nieporządku i wskazano, że zasadnicze cechy całkowitego kwantowego efektu Halla powinny być możliwe do zaobserwowania w rozważanych, prawie-dwuwymiarowych układach fraktalnych.

W dalszej części rozprawy (rozdział 3., *Group-V monolayers as versatile platforms for topological phases*) dyskutowana jest rola symetrii, która charakteryzuje strukturę przestrzenną danej sieci krystalicznej, na przykładach monowarstw utworzonych przez atomy pierwiastków grupy V układu okresowego, a dokładniej bizmutu i antymonu. Takie jednoatomowej grubości warstwy były modelowane z użyciem jednocząstkowych hamiltonianów ciasnego wiązania, z dodatkowymi wyrazami opisującymi sprzężenie spin-orbita, a zatem pozostających w kategorii modeli nieoddziałujących elektronów na sieci. Udało się pokazać m.in., że wolnostojąca warstwa bizmutu wykazuje spinowy efekt Halla, podczas gdy stan pojedynczej warstwy antymonu jest opisany trywialnym niezmiennikiem \mathbb{Z}_2 . Z drugiej strony, obecność odpowiednio dobranych naprężeń mechanicznych we wspomnianych układach prowadzi do otrzymania całkowicie płaskich warstw, znanych w literaturze jako bizmuten i antymonen, w których realizowana jest faza izolatora topologicznego, chroniona przez symetrię względem odbicia (w kierunku prostopadłym do warstwy).

W tej części rozprawy autorka proponuje, aby standardowe obliczenia numeryczne niezmienników topologicznych uzupełnić obliczeniami odpowiednich miar splątania stanów kwantowych, tworząc dodatkowe narzędzie służące do identyfikacji fazy topologicznej układu. Udało się pokazać, że widmo zredukowanej macierzy gęstości, zdefiniowanej standardowo, tj. poprzez umowne przestrzenne oddzielenie podukładu, w istocie pozwala na rozróżnianie stanów topologicznych. Dodatkowo, doktorantka identyfikuje specyficzne zachowania tzw. entropii splątania (która jest przykładem entropii typu von Neumanna), charakterystyczne dla topologicznych przejść fazowych indukowanych zmianą wypełnienia elektronowego, zewnętrznym polem elektrostatycznym, lub naprężeniami.

W tym samym nurcie badań, ważną konsekwencją symetrii sieci krystalicznej okazało się istnienie tzw. *ograniczonych izolatorów atomowych* (ang. *obstructed atomic limits*), tj. układów dla których silne indeksy topologiczne (jak np. liczba Cherna) są trywialne, mimo to jednak układy nie są topologicznie równoważne “izolatorom trywialnym”, tj. standardowym izolatorom pasmowym, w których stany elektronowe lokalizują się na węzłach sieci krystalicznej. W szczególności, w pracy przedstawiona została oryginalna klasyfikacja dwuwymiarowych tzw. *ograniczonych izolatorów atomowych* (zob. rozdział 4., *Obstructed atomic limits in two dimensions*), odwołująca się do pętli Wilsona i wskaźników symetrii. Przykładowo, na podstawie rachunków doktorantki monowarstwa antymonowa wydaje się bardzo dobrym kandydatem dla demonstracji doświadczalnej istnienia fazy ograniczonego izolatora topologicznego, przewidziano bowiem, że chronione symetrią ładunki elektryczne będą zlokalizowane w narożnikach sieci krystalicznej.

Końcowa część rozprawy (zob. rozdział 5., *Topology in non-hermitian systems*) poświęcona jest dyskusji możliwych konsekwencji topologicznych niehermitowskości hamiltonianu efektywnego. Takie hamiltoniany są często rozważane w przybliżonym opisie kwantowych układów otwartych. Ogólnie wiadomo, że dodanie wyrazów niehermitowskich do hamiltonianu może prowadzić do szeregu osobliwych zachowań, jak obecności tzw. punktów wyjątkowych (ang. *exceptional points*), czy też anomalnej lokalizacji wszystkich stanów własnych na brzegu układu, zwanej efektem naskórkowym (ang. *skin effect*). W recenzowanej pracy pokazano, na przykładzie modelu “ π -flux” dla sieci kwadratowej z dodatkowym wyrazem niehermitowskim, że niehermitowskość może prowadzić także do nowego efektu nazwanego tutaj *odwrotnym efektem naskórkowym*, którego występowanie nie ma związku z obecnością całek przeskoku zależnych od kierunku. Wyniki teoretyczne opisane w tej części rozprawy,

znalazły potwierdzenie dzięki danym eksperymentalnym uzyskanym (z udziałem doktorantki) z pomiarów dla specjalnie zaprojektowanego obwodu elektrycznego, który realizuje fizykę niehermitowskiego modelu “ π -flux”.

Przystępując do oceny przedłożonej rozprawy, należy w pierwszej kolejności podkreślić, że zarówno tekst główny, jak i wszystkie materiały dodatkowe (łącznie 180 stron) zostały przygotowane z wielką starannością i dbałością o stronę edytorską. W pracy w zasadzie nie występują literówki ani błędy językowe; na szczególną pochwałę zasługują także czytelne, i znakomicie przemyślane rysunki, które bardzo ułatwiają śledzenie wywodów, a których przygotowanie z pewnością wymagało znacznego nakładu pracy. Bardzo trafnie zidentyfikowano także zagadnienia typowo techniczne, których wyłączenie z głównego tekstu i umieszczenie w dodatkach pozwoliło zachować spójność wywodu i wyraźnie ułatwiło lekturę pracy.

W rozprawie zaprezentowano szereg oryginalnych i wartościowych wyników naukowych. Warto podkreślić, że zagadnienia rozważane w rozprawie prezentują znaczną rozpiętość tematyczną: od abstrakcyjnych układów dwuwymiarowych zawierających gaz elektronowy, poprzez cienkie warstwy modelowane hamiltonianem ciasnego wiązania, aż po dynamikę kwantowych układów otwartych, której realizacją są obwody elektryczne. Taka rozpiętość tematów wymagała od doktorantki opanowania zróżnicowanych metod obliczeniowych fizyki materii skondensowanej, a także umiejętności efektywnej współpracy z zespołem doświadczalnym. Ocena wagi wyniku naukowego zawsze pozostaje sprawą w znacznym stopniu subiektywną, pozwolę sobie zatem — w tej części recenzji — przedstawić krótką listę rezultatów, które uważam za zasługujące na szczególną uwagę.

Po pierwsze, istotnym wynikiem doktorantki jest identyfikacja faz topologicznych pojawiających się w rozwiązaniach problemu Sierpińskiego-Hofstadtera w przypadku którego, z uwagi na niemożność rozróżnienia stanów brzegowych i objętościowych, nie znajduje zastosowania standardowa klasyfikacja faz topologicznych w układach nieoddziałujących elektronów (tzw. *the ten-fold way*). Wspomniany wynik został przedstawiony po raz pierwszy w artykule opublikowanym w *Physical Review B* w 2018 roku, którego pierwszą autorką jest doktorantka.

Jako drugi godny uwagi wynik, warto wymienić opis faz topologicznych w monowarstwach bizmutowo-antymonowych, a w szczególności identyfikację nowej fazy, tzw. ograniczonych izolatorów atomowych. Wymienione rezultaty zostały

opublikowane w dwóch artykułach, które ukazały się w 2018 roku w *Physics Letters A* oraz *Journal of Physics: Condensed Matter*, oraz częściowo w artykule w *Physical Review Research* z 2019 roku, których doktorantka jest współautorką. Ostatni z wymienionych artykułów koncentruje się na zjawisku przewidywanej lokalizacji ładunków w narożnikach układu, które — jeśli zostanie potwierdzone doświadczalnie — może mieć istotne konsekwencje, np. dla przyszłych realizacji platformy obliczeń kwantowych w ramach fizyki materii skondensowanej.

Szczególnie interesujące wydają się opisane w końcowej części rozprawy wyniki związane z tzw. odwrotnym efektem naskórkowym, dla weryfikacji których zaproponowany został model analogiczny, w postaci obwodu elektrycznego, a doktorantka jest współautorką pracy teoretyczno-doświadczalnej opublikowanej w tym roku w *Physical Review Research*, która została wybrana jako praca polecana przez redakcję (ang. *Editors' Suggestion*).

W podsumowaniu, nie mam wątpliwości, że praca spełnia wszelkie ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i **wnioskuje o dopuszczenie mgr Marty Brzezińskiej do dalszych etapów postępowania doktorskiego**. Ponadto uważam, że praca zawiera szereg wartościowych wyników fizycznych i jest poparta bardzo dobrymi artykułami naukowymi, w których wkład doktorantki był znaczący, jak również została napisana i zredagowana z rzadko dziś spotykaną starannością. Biorąc te aspekty pod uwagę, **wnoszę również o wyróżnienie pracy**.



Adam Rycerz