



UNIwersYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Kraków, 4 listopada 2019

dr hab. Bartłomiej Dybiec
Instytut Fizyki
Uniwersytet Jagielloński
bartek@th.if.uj.edu.pl

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Arkadiusza Jędrzejewskiego „Out of equilibrium critical phenomena and phase transitions in dynamical spin models”.

1. Podstawowe informacje o Doktorancie

Pan Arkadiusz Jędrzejewski urodził się w 1992 w roku. W 2011 roku podjął studia fizyki na Politechnice Wrocławskiej, gdzie uzyskał tytuł licencjata (2014). W roku 2014 rozpoczął studia magisterskie z matematyki stosowanej (Mathematics for Industry and Commerce) na Politechnice Wrocławskiej, które ukończył w 2016 roku. Pracę magisterską „The role of complex networks in agent-based computational economics” przygotował pod opieką prof. dr hab. Katarzyny Sznajd-Weron. Studia doktoranckie podjął w 2016 roku, a kończy w roku bieżącym. W ramach staży naukowych przebywał w Katolickim Uniwersytecie w Leuven (Belgia) (marzec – wrzesień 2019) oraz na Politechnice Warszawskiej (czerwiec 2018). Od października 2017 roku pracuje na 1/4 etatu w Katedrze Fizyki Teoretycznej, Wydziału Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej. W 2017 roku przebywał też na dwóch krótszych wyjazdach w Katolickim Uniwersytecie w Leuven oraz w Norwegian University of Science and Technology – NTNU Trondheim (Norwegia).

Wiodącym motywem badań prowadzonych przez Doktoranta jest badanie uogólnionych modeli typu Isinga. Od wielu lat modele tego typu stanowią przedmiot badań fizyków. Modele typu Isinga często stosowane są do opisywania modeli społecznych. Główną metodą badawczą stosowaną przez Doktoranta są metody analityczne oraz symulacje Monte Carlo. Metody analityczne są metodami typu średniego pola oraz przybliżenia par. Taka metodologia pozwala na skuteczną numeryczną weryfikację uzyskanych wyników, a przez to ocenić ich dokładności.

Rozprawę doktorską stanowi przewodnik „Out of equilibrium critical phenomena and phase transitions in dynamical spin models” omawiający wyniki uzyskane w pięciu pracach A1–A5 stanowiących podstawę rozprawy doktorskiej. Pełny wykaz opublikowanych prac, według załączonego życiorysu, stanowi 12 prac naukowych.

Podkreślenia wymagają nagrody, wyróżnienia i inne osiągnięcia Doktoranta. Pan Arkadiusz Jędrzejewski został uhonorowany nagrodą Rektora Politechniki Wrocławskiej dla najlepszego absolwenta Wydziału Matematyki (2016), nagrodami Rektora Politechniki Wrocławskiej za osiągnięcia naukowe (2014, 2017 i 2018). Był wykonawcą w grantie NCN: „Ekonomiczne konsekwencje kształtowania się opinii i podejmowania decyzji przez konsumentów: Modelowanie agentowe dyfuzji innowacji” (kierownik prof. dr hab. inż. Rafał Weron, Opus, 2013/11/B/HS4/01061) oraz jest wykonawcą w grantie NCN „Modelowanie agentowe dynamiki opinii w oparciu o psychologiczne modele wpływu społecznego” (kierownik prof. dr hab. Katarzyna Sznajd-Weron, Opus, 2016/21/B/HS6/01256). W kolejnych dwóch grantach jest kierownikiem: „Nierównowagowe zjawiska krytyczne na sieciach

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

złożonych” (Preludium, 2016/23/N/ST2/00729) oraz „Nierównowagowe zjawiska krytyczne i przemiany fazowe w dynamicznych modelach spinowych” (Etiuda, 2018/28/T/ST2/00223). Pan Jędrzejewski poza stypendiami z Politechniki Wrocławskiej otrzymał stypendium im. Jana Mozzymasa (przyznawane przez Prezydenta Wrocławia w ramach Studenckiego Programu Stypendialnego) w zakresie badań interdyscyplinarnych (2017).

2. Charakterystyka dorobku naukowego

Dorobek naukowy Doktoranta obejmuje: rozprawa doktorska oparta na 5 artykułach naukowych (A1–A5) oraz 7 innych publikacji. Łącznie daje to 12 publikacji, które ukazały się od 2015 roku. Wszystkie wymienione publikacje były cytowane łącznie 75 razy (bez autocytowań 57 razy) (WOS, listopad 2019). Jest to bardzo dobry wynik, ponieważ wszystkie publikacje ukazały się latach 2015–2019. Najstarsze prace Doktoranta ukazały się w 2015 roku, a prace A1–A5 w latach 2017–2019. Najlepiej cytowanymi pracami są samodzielna publikacja A1 z 2017 roku (22 razy), nie wchodzące w skład rozprawy doktorskiej prace K. Byrka, A. Jędrzejewski, K. Sznajd-Weron, R. Weron „Difficulty is critical: The importance of social factors in modeling diffusion of green products and practices”, *Renew. Sust. Energ. Rev.* **62**, 723 (2016) (19 razy) oraz A. Jędrzejewski, A. Chmiel, K. Sznajd-Weron, „Oscillating hysteresis in the q -neighbor Ising model”, *Phys. Rev. E* **92**, 052105 (2015) (10 razy). Do ostatniej z prac, jako najstarszej wpisującej się w tematykę rozprawy, będą się odwoływał poprzez A0. Od 2015 roku Pan Arkadiusz Jędrzejewski 11rotnie prezentował swoje wyniki w formie plakatów i 5rotnie w postaci referatów konferencyjnych. Uczestniczył w 14 konferencjach oraz 10 szkołach naukowych (podczas których zaprezentował dodatkowe 5 posterów i wygłosił jeszcze jeden wykład). Dwukrotnie wygłosił referaty na seminariach.

3. Ocena rozprawy doktorskiej

Rozprawa doktorska „Out of equilibrium critical phenomena and phase transitions in dynamical spin models” stanowi wstęp do pięciu publikacji (A1–A5) dotyczących badania uogólnionych modeli Isinga i powiązanego z nimi modelu q -wyborcy, który posłużył jako motywacja do badania zmodyfikowanego modelu Isinga z q sąsiadami (wybrany spin oddziałuje z q sąsiadami). Wszystkie modele są modelami binarnymi (dwa stany spinu) w których podczas pojedynczego kroku (interakcji) ulec zmianie może tylko jeden spin (single flip models). Główną cechą uogólnienia jest rozpatrywanie q -paneli: o zmianie spinu (stanu osobnika) może decydować q sąsiadów. Cztery z publikacji stanowiących rozprawę doktorską jest wieloautorskich (A2–A5). Zostały one napisane wspólnie z promotorem, profesorem Katarzyną Sznajd-Weron, uznanym ekspertem w dziedzinie badania tego typu modeli. W jednym przypadku (A4) trzecim współautorem jest dr Anna Chmiel. Pan Arkadiusz Jędrzejewski w każdej z prac jest pierwszym autorem. Oświadczenia wszystkich współautorów określają wkład Doktoranta, który jest dominujący i wynosi 50–85%. Praca A1 jest pracą samodzielną. Dla prac wieloautorskich najniższy udział wynosi 50% (A5), następnie 55% (A4), 70% (A2) oraz 85% (A3). W przewodniku „Out of equilibrium critical phenomena and phase transitions in dynamical spin models” został dokładnie omówiony wkład Doktoranta. Polegał on, między innymi, na przygotowaniu i wykonaniu symulacji, przeprowadzeniu obliczeń analitycznych, analizie danych, interpretacji i wizualizacji uzyskanych wyników, badaniach literaturowych,

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

opracowaniu modeli i ich detali, przygotowaniu artykułów i ich korekcie. Tak wysoki wkład w publikacjach wskazują na wysoką samodzielność naukową Doktoranta, którą dodatkowo potwierdza samodzielna praca A1. Publikacje stanowiące rozprawę doktorską zostały opublikowane w *Phys. Rev. E* (A1, A4), *Entropy* (A2), *Physica A* (A3) oraz *C. R. Physique* (A5), które są recenzowanymi czasopismami naukowymi o ugruntowanej renomie, publikującymi artykuły między innymi z dziedziny badań Doktoranta. Prace A1–A5 stanowiące podstawę rozprawy doktorskiej zostały szczegółowo, klarownie i adekwatnie do uzyskanych wyników opisane w przygotowanym przewodniku. Ewentualne wątpliwości rozwiewa lektura oryginalnych prac A1–A5.

Praca A4 bada własności modelu q -Isinga – uogólnionego modelu Isinga w którym wybrany spin oddziałuje z q sąsiadami/innymi spinami. Pozostałe prace (A1–A3, A5) powiązane są z modelem q -wyborcy, który także jest pewnym uogólnieniem modelu Isinga. Autorska praca A1 koncentruje się na matematycznych własnościach modelu q -wyborcy z niezależnością. Pozostałe prace z tej grupy oprócz typowych własności zmodyfikowanych modeli q -wyborcy dyskutują aspekty socjofizyczne. Interesujący jest artykuł przeglądowy A5, który przedstawia zastosowania metod fizyki statystycznej do opisu układów społecznych na przykładzie różnych wariantów modelu q -wyborcy.

Modelowanie agentowe (agent based modeling) pozwala określić i przebadac jak mechanizmy mikroskopowe wpływają na zjawiska obserwowane w skali makro. Dzięki temu „wirtualne społeczeństwa” są szczególnie atrakcyjnym podejściem do badania modeli socjofizycznych. Pozwalają one na łatwe modyfikowanie mechanizmów mikroskopowych i analizę ich wpływu na ogólne własności modeli obserwowane w skali makro, ocenę przyjętych założeń oraz analizę ograniczeń modeli. Zmodyfikowane modele Isinga oraz q -wyborcy mogą z powodzeniem służyć badaniu dynamiki społecznej. Doktorant przy użyciu metod fizyki statystycznej z sukcesem zajmuje się badaniem tego typu modeli.

Praca A1 przy pomocy przybliżenia par (pair approximation – PA) bada własności modelu q -wyborcy z niezależnością dla różnych nieskierowanych sieci: k -regularnego grafu (k -RRG), sieci bezskalowej (SF (wraz z siecią typu Barabási–Albert (BA))), Watts–Strogatz (WS), Erdős–Renyi’ego (ER). Niezależność w modelu q -wyborcy jest opisana dodatkowym parametrem p . Z prawdopodobieństwem p losowo wybrany agent jest niezależny, czyli zmienia swój stan niezależnie od stanu otoczenia (q -sąsiedztwa) i robi to z prawdopodobieństwem $1/2$. Jeśli agent nie jest niezależny to z prawdopodobieństwem $1 - p$ staje się konformistą i jego stan może ulec zmianie jeśli wszyscy q -sąsiedzi są zgodni (są w takim samym stanie). Dla odpowiednio wysokiego poziomu niezależności (wystarczająco duże p) stan stabilny jest stanem nieuporządkowanym: $c = 1/2$ ($m = 0$) połowa spinów zwrócona jest do góry, a połowa w dół (magnetyzacja jest równa 0). Zastosowane przybliżenie par wychodzi poza przybliżenie średniego pola poprzez badanie aktywnych linków, czyli takich które łączą osobniki znajdujące się w przeciwnych stanach. Sprawia to, że przybliżenie PA jest dużo lepszym przybliżeniem niż MF, szczególnie dla sieci z niewielkim współczynnikiem klasteryzacji. Wyraźnie pokazuje to zestawienie wyników symulacji MC z obliczeniami analitycznymi. Jakościowe zachowanie modelu jest zbliżone do zachowania na w pełni połączonej sieci. Dla $q \leq 5$ obserwowane są ciągłe przejścia fazowe, a dla $q \geq 6$ nieciągłe. Przeprowadzona analiza wskazuje, że własności modelu mogą być czułe na rodzaj sieci połączeń między osobnikami. Przykładowo dla sieci 14-RRG (Rys. 2) i BA (Rys. 3) wyraźnie zmieniają się wła-

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIWERSYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

sności modelu w obszarze w którym fazy uporządkowane są stabilne (niezbyt duże p). Dla sieci BA ($\langle k \rangle = 40, q = 8$) stan nieuporządkowany ($m = 0, c = 1/2$) w zależności od p ($p_1 \leq p < p_2$) może być stabilny. Podczas, gdy dla sieci 14-RRG i $q = 2$ z $p < p^*$ stan nieuporządkowany bez względu na wartość poziomu niezależności p jest niestabilny. Różnice między różnymi sieciami objawiają się nie tylko na poziomie stanów stacjonarnych, ale także na poziomie trajektorii. Rys. 4 pokazuje, że na poziomie trajektorii sieci ER i q -RRG dają istotnie inną ewolucję, a co za tym idzie i wyniki.

Artykuł zawiera spójne i przejrzyste rozważania. Jest starannie napisany. Dzięki znalezieniu stanów stacjonarnych skonstruowano diagramy fazowe oraz wyznaczono krytyczne wartości p^* . Co ważne, sprawdzono zgodność otrzymanych wyników ze znanymi przypadkami granicznymi (np. równanie (32)).

Wprowadzone równanie (26) jest deterministyczne, natomiast model q -wyborcy zawiera w sobie losowość. Dlatego związek deterministycznego równania (26) z modelem q -wyborcy powinien być szerzej przedyskutowany. Brakuje też informacji co dzieje się z równaniem (4) dla $q > i + 1$? Wydaje mi się, że Δb w równaniu (18) to średnia zmiana liczby aktywnych linków. Z kolei na Rys. 9 nie zaznaczono wprost jaki rodzaj sieci został zastosowany. Zastanawiam się też, dlaczego w podsumowaniu sieć BA, która jak wcześniej zaznaczają autorzy jest także rodzajem sieci SF została wydzielona z SF?

Prace A1–A3 koncentrują się na badaniu różnych wariantów modelu q -wyborcy. Nawiązują także, do pytań wywodzących się z socjologii: debata osoba–sytuacja, problem niezależność–konformizm, trafnie wiążąc je ze znanymi mechanizmami fizycznymi, np. zamrożony nieporządek (quenched disorder) i dynamiczny nieporządek (annealed disorder).

Praca A2 bada zmodyfikowany model q -wyborcy na w pełni połączonej sieci. Rozważane są dwa modele. Model I: niezależność + konformizm (Independence + Conformity) oraz model A: antykonformizm + konformizm (Antriconformity + Conformity). W modelu I losowo wybrany agent z prawdopodobieństwem p może być niezależny lub z prawdopodobieństwem $1 - p$ jest konformistą. Jeśli agent będzie niezależny to z prawdopodobieństwem $1/2$ przyjmuje każdy z możliwych dwóch stanów ± 1 . Natomiast jeśli jest konformistą: przyjmuje on opinię jednomyślnego, wybranego w sposób losowy q -panelu. W przypadku braku zgodności w wybranym q -sąsiedztwie nie zmienia on swojego stanu. W modelu A jeśli losowo wybrany q -panel jest zgodny to losowo wybrany osobnik z prawdopodobieństwem p może być antykonformistą lub z prawdopodobieństwem $1 - p$ konformistą. Będąc konformistą przyjmuje opinię zgodnego q -panelu, zaś będąc antykonformistą opinię przeciwną do opinii q -panelu. W przypadku braku zgodności w wybranym q -sąsiedztwie agent nie zmienia swojego stanu. Analiza modeli I oraz A umożliwia zbadanie różnic spowodowanych dwoma rodzajami nonkonformizmu: niezależnością (I) i antykonformizmem (A).

Losowość w badanym rozszerzeniu modelu q -wyborcy zostaje wprowadzona na poziomie prawdopodobieństw przyjmowania różnych postaw społecznych. Tak jak w pracy A4 zostaje wprowadzony zamrożony i dynamiczny nieporządek. Prawdopodobieństwo p określa jaka część osobników jest niezależna (model I) lub jaka część osobników jest antykonformistami (model A). W dynamicznym nieporządku przed każdym oddziaływaniem osobnik podejmuje decyzję jaką przyjmuje postawę: niezależność/konformizm (model I) lub antykonformizm/konformizm (model A). Dzięki

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIWERSYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

temu wszyscy osobnicy są tacy sami w sensie, że każdy z takim samym prawdopodobieństwem wybiera swoją postawę. Dla zamrożonego nieporządku przed rozpoczęciem symulacji ustala się, którzy osobnicy przyjmują postawę niezależność/konformizm lub antykonformizm/konformizm. Tak przyjęty wybór zachowany jest do końca symulacji. Dlatego dla każdej realizacji podejście każdego osobnika jest stałe i niezmiennie w czasie. W obu przypadkach (zamrożony i dynamiczny nieporządek) osobnicy przyjmujący poszczególne postawy średnio stanowią taką samą część populacji.

W przypadku zamrożonego nieporządku skale czasowe ewolucji niejednorodności są wolniejsze niż skale czasowe dynamiki zachodzącej na sieci. Dlatego podejście osobników niezależność/konformizm/antykonformizm jest ustalone przez cały czas symulacji i może zmieniać się tylko pomiędzy realizacjami. Dla losowości typu dynamicznego nieporządku skale czasowe zmian niejednorodności i dynamiki są zbliżone. Dlatego podejście osobników zmienia się pomiędzy poszczególnymi iteracjami. Sprawia to, że zamrożony nieporządek odpowiada „osobie” (person state) – to cechy osobowe decydują o podejściu, a one nie zmieniają się lub zmieniają się wolno. Dynamiczna losowość jest utożsamiona z „sytuacją” (situation approach) – szybko zmieniająca się sytuacja zmienia podejście osobników i determinuje ich decyzje.

Dla badanych modeli parametrem kontrolnym jest p . Dla $p < p^*$ stan stacjonarny jest uporządkowany, a dla $p > p^*$ nieuporządkowany. Dla modelu A zamrożony i dynamiczny nieporządek prowadzą do takich samych wyników. Dlatego też, przejścia fazowe porządek–nieporządek są takiego samego typu (w tym przypadku ciągłe). Inna sytuacja ma miejsce w przypadku modelu I. W przypadku zamrożonego nieporządku przejście fazowe porządek–nieporządek jest ciągłe. Natomiast dla dynamicznej losowości przejścia fazowe początkowo są ciągłe ($q \leq 5$), a następnie ($q \geq 6$) stają się nieciągłe.

Praca A3 bada kolejną modyfikację modelu q -wyborcy z temperaturą na w pełni połączonej sieci. Losowo wybrany osobnik z prawdopodobieństwem $1 - p$ jest konformistą (przyjmuje opinię jednomyślnego q -panelu) lub z prawdopodobieństwem p jest niezależny i przyjmuje jeden z możliwych stanów z prawdopodobieństwem $1/2$. Istotnym rozszerzeniem jest uwzględnienie pamięci opartej na ocenie użyteczności przyjmowanych w przeszłości postaw. W oparciu o dynamikę funkcji użyteczności (utility) agent ocenia, która postawa była dla niego korzystniejsza i taką chętniej przyjmuje. Dlatego praca bada jak pamięć o przeszłości wpływa na zachowania społeczne (konformizm versus niezależność). Temperatura sprawia, że poniżej T^* osobniki zachowują swoje nastawienie pomiędzy kolejnymi iteracjami. Dzięki temu efektywnie mamy do czynienia z zamrożonym nieporządkiem odpowiadającym ustalonym cechom osobowym (person state). Powyżej T^* pojawia się zachowanie typu dynamicznego nieporządku – podejście osobników ulega zmianom zależnie od sytuacji.

W badanym rozszerzeniu poziom niezależności p przestaje być niezależnym parametrem, a staje się określony przez dynamikę modelu. Wprowadzono użyteczność U_t (jako biały szum wykładniczy), która wraz z warunkiem początkowym (u_0^I, u_0^C) określa poziom niezależności p , a przez to postawy przyjmowane przez osobników. Podejście osobników zależy od ich historii. Nie ma preselekcji, a prawdopodobieństwo bycia niezależnym p zmienia się w czasie i dla każdego osobnika jest inne. Nawet dla niesymetrycznych warunków początkowych i dużych T rozkłady prawdopodobieństwa $f(p)$ stają się symetryczne. Autorzy pokazują także, że w stanie

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIWERSYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

stacjonarnym odsetek spinów zwróconych do góry ($c = N_{\uparrow}/N$) dla odpowiednio dobranych warunków początkowych (przewaga osobników niezależnych) może być niemonotoniczną funkcją T (Rys. 5(b)). Dzięki temu maksymalne uporządkowanie pojawia się dla pośredniej wartości temperatury. W przypadku stanów początkowych z przewagą konformistów stopień uporządkowania maleje wraz ze wzrostem temperatury.

Czy można przewidzieć zachowanie modelu dla pamięci dającej preferencje ostatnio przyjętej postawie, np. w taki sposób jak to zrobiliśmy w „Information spreading and development of cultural centers” Phys. Rev. E **85**, 056116 (2012)? Czy zawsze rozkłady $f(p)$ dla u_0^I i u_0^C zamienionych wartościami są swoimi lustrzanymi odbiciami (Rys. 3)? W jakim stopniu uzyskane wyniki są czułe na początkową konfigurację spinów $c(0)$?

Praca A4 jest bardzo interesującym rozszerzeniem pracy A0 (A. Jędrzejewski, A. Chmiel, K. Sznajd-Weron, „Oscillating hysteresis in the q -neighbor Ising model”, Phys. Rev. E **92**, 052105 (2015)). Bada ona model q -Isinga dla innej topologii oddziaływań oraz innych dynamik przełączeń spinów (m.in. Metropolis (M), kąpieli cieplnej (HB), zmodyfikowanego schematu Metropolis i innych). Zamiast sieci w pełni połączonej używa ona q -RRG (q random regular graph) z dwoma rodzajami losowości: zamrożony nieporządek (quenched disorder) i dynamiczny nieporządek (annealed disorder). Pierwszy z nich zakłada, że dla każdej realizacji sieci połączeń między osobnikami jest ustalona i nie zmienia się między iteracjami (jest stała w czasie). W przypadku dynamicznego nieporządku po każdym oddziaływaniu sieć połączeń zmienia się. Dzięki temu model jest równoważny dynamicznie na w pełni połączonej sieci z losowym doбором sąsiadów. Dynamiczny nieporządek odpowiada dwóm kąpielom cieplnym. Spiny są w kontakcie z termostatem o temperaturze T , zaś linki z kąpielą cieplną o nieskończonej temperaturze, która prowadzi do ciągłej zmiany sieci połączeń. Ze względu na inny rodzaj sieci (q -RRG) nie ma potrzeby wybierać q -panelu ponieważ jest on jednoznacznie zadany przez samą sieć. Dynamiczny nieporządek jest schematem zbliżonym do rozważanego w pracy A0 (równoważność otrzymuje się dla $W_0 = 1$).

Algorytm kąpieli cieplnej i Metropolis dla zamrożonego nieporządku dają takie same wyniki oraz temperaturę krytyczną T^* zbliżoną do przewidywań ogólnej teorii dla modelu Isinga na sieci z zadaniem rozkładem krotności węzłów $p(k)$ (równania (7) i (8) oraz Rys. 1 i 2(a)). Różnice pojawiają się dla dynamicznej losowości. Algorytm HB dla dynamicznego nieporządku daje wyniki zbliżone do zamrożonego nieporządku i poprawnie odtwarza T^* . Schemat M prowadzi do zupełnie innych wyników. Dla losowości typu zamrożonego nieporządku przejścia fazowe są ciągłe, a dla dynamicznej losowości rodzaj przejścia, podobnie jak w pracy A0, zależy od wartości q .

Poza algorytmem kąpieli cieplnej i Metropolis przebadano inne warianty dynamiki przełączania spinów: uogólniony schemat Metropolis, $W_{\text{exp}} \propto \exp(-\beta\Delta E/2)$ i $W_{\text{th}} = \min[1, \exp(-\beta\Delta E)] \tanh |a\beta\Delta E|$. Wszystkie one spełniają warunek równowagi szczegółowej. Dla modelu z zamrożonym nieporządkiem prowadzą do takich samych wyników. Różnice znów pojawiają się w przypadku dynamicznej losowości. Dla odpowiednio dobranego W_0 modyfikacja schematu Metropolis sprawia, że dla nieparzystych, odpowiednio dużych, q przejścia fazowe są nieciągłe, a dla parzystych ciągłe – stanowi to istotną różnicę w porównaniu do wcześniejszej pracy A0, gdzie przejścia fazowe dla $q > 3$ stają się nieciągłe. Rys. 6(a) dla zmodyfikowanego

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

schematu Metropolis z dynamiczną losowością w skondensowany sposób pokazuje szerokość pętli histerezy w funkcji W_0 dla różnych q . Taka analiza wskazuje, że zachowanie prawdopodobieństwa przejścia W dla $\Delta E = 0$ jest kluczowe dla własności modelu. Niezwykle interesujące jest, że zmiana dynamiki przełączania spinów tylko w jednym punkcie W_0 odpowiadającym $\Delta E = 0$ prowadzi do drastycznej zmiany rodzaju przejścia fazowego.

Analiza modelu jest systematyczna i bardzo szczegółowa. Artykuł jest dobrze i przejrzysto napisany. Autorzy wyraźnie podkreślają rolę przyjętych założeń i wynikające z nich ograniczenia. Dodatkowo przeprowadzono analizę rodzaju przejść fazowych w oparciu o teorię Landaua przejść fazowych.

Praca A5 jest bardzo pożytecznym artykułem przeglądowym napisanym w zwężony i przejrzysty sposób. Przedstawia model q -wyborcy wraz z jego licznymi uogólnieniami i rozszerzeniami oraz informacjami co do tej pory zostało zrobione. Co niezwykle ważne, pokazuje jak nauki społeczne i fizyka mogą się uzupełniać. Wymienia główne wskazówki płynące z socjologii istotne dla modelowania układów społecznych. Pokazuje potencjalne problemy związane z interpretacją obserwacji społecznych na poziomie najprostszych modeli. Przedstawia także podstawowe metody wyrosłe z fizyki statystycznej i fizyki układów złożonych, które mogą być zastosowane do badania układów społecznych. Metody te z sukcesem były stosowane przez Doktoranta w pracach A1–A4 oraz innych nie wchodzących w skład rozprawy (np. A0). Autorzy z powodzeniem przedstawiają SPOOF: statistical physics of opinion formation uzasadniając, że fizyka statystyczna dostarcza pełnoprawnych narzędzi do badania i modelowania układów społecznych. Moim zdaniem artykuł jest bardzo dobrym wprowadzeniem do socjofizyki.

Zarówno przewodnik „Out of equilibrium critical phenomena and phase transitions in dynamical spin models” jak i opisane prace A1–A5 są czytelnie i przejrzysto napisane. Niestety pisząc przewodnik oraz artykuły naukowe Autorowi zdarzyły się drobne potknięcia. Dostrzegłem kilka przejęzyczeń: w pracy A1 w równaniu (16) powinno być Δ_c , „e.g.” zamiast „i.g.” (A3, strona 308), „derivation” zamiast „derivative” (A4, strona 4), „brunch” (A5, strona 250). W tekście nie znalazłem informacji na temat czasu trwania symulacji. Powyższe uwagi mają charakter techniczny i nie obniżają wysokiej wartości naukowej przedstawionej rozprawy doktorskiej.

4. Inne ważne informacje

Doktorant jest współautorem 12 prac naukowych (prace A1–A5 oraz 7 kolejnych prac), które między innymi badają dyfuzję innowacji. Na szczególną uwagę zasługuje praca: A. A. Maradudin, V. Perez-Chavez, A. Jędrzejewski, I. Simonsen, „Features in the diffraction of a scalar plane wave from doubly-periodic Dirichlet and Neumann surfaces”, *Low. Temp. Phys.* **44**, 733 (2018) ponieważ praca ta wskazuje różnorodność zainteresowań naukowych Doktoranta.

Z punktu widzenia rozprawy doktorskiej ważna jest także praca A. Jędrzejewski, A. Chmiel, K. Sznajd-Weron, „Oscillating hysteresis in the q -neighbor Ising model”, *Phys. Rev. E* **92**, 052105 (2015), która dała istotny asumpt do powstania pracy A4. Praca ta bada własności modelu q -Isinga z dynamiką Metropolis na w pełni połączonej sieci. Dla niskich temperatur ($T < T^*$) stanem stacjonarnym jest stan uporządkowany, podczas gdy dla wystarczająco wysokich temperatur ($T > T^*$) jest to stan nieuporządkowany. Jako parametr porządku używana jest magnetyzacja. Oprócz symulacji Monte Carlo (MC) autorzy stosują metodę średniego pola (MF), która ze

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

Instytut Fizyki

im.

Mariana Smoluchowskiego

względem na topologię oddziaływań staje się metodą dokładną. Analiza modelu q -Isinga pokazuje, że charakter przejścia fazowego porządek–nieporządek zależy od rozmiaru losowo wybranego q -sąsiedztwa. Dla $q = 3$ przejście fazowe jest typu ciągłego, a dla $q > 3$ staje się ono nieciągłe. Wymykający się poza prostą klasyfikację i dlatego dokładnie przebadany jest przypadek $q = 5$. Autorzy z wielką starannością dyskutują możliwość wystąpienia tutaj przejścia fazowego typu MOT (mixed order transition) podkreślają przy tym ograniczenia zastosowanych metod i ich wpływ na ostateczną konkluzję. Nieciągłość przejścia fazowego dla $q > 3$ prowadzi do pojawienia się zjawiska histerezy. Analiza szerokości pętli histerezy pozwoliła na obserwację bardzo ciekawego efektu. Szerokość pętli histerezy zasadniczo rośnie wraz ze wzrostem liczby sąsiadów q , ale jest to wzrost oscylacyjny.

Dla skończonych rozmiarów układu zależne od czasu gęstości magnetyzacji znaleziono poprzez iterowanie równania Master, a stan stacjonarny zostaje znaleziony dzięki warunkowi równowagi szczegółowej. W granicy nieskończonego rozmiaru układu opis dyskretny może zostać zastąpiony opisem ciągłym w którym ewolucja magnetyzacji jest opisana równaniem Fokkera-Plancka-Smoluchowskiego z członami dryftu i dyfuzyjnym określonymi przez prawdopodobieństwa przejść. W opisie ciągłym stan stacjonarny jest stacjonarnym rozwiązaniem równania dyfuzji. Stany stacjonarne znalezione przy pomocy obu metod, dla odpowiednio dużych układów, są zgodne co wyraźnie pokazuje Rys. 3. Stan stacjonarny określony równaniem (16) nie zależy od warunku początkowego. Pojawia się jednak pytanie czy stan stacjonarny obliczony przy pomocy równania (11) również nie zależy od warunku początkowego ρ_0 ?

5. Podsumowanie

Lektura prac A1–A5 oraz przygotowanego wstępu/przewodnika pokazuje, że magister Arkadiusz Jędrzejewski doskonale opanował techniki badania układów złożonych. Zastosowane metody obliczeniowe pozwalają na przeprowadzenie wnikliwych analiz numerycznych i analitycznych badanych układów. Przeprowadzone analizy są uzupełnione o szczegółową dyskusję uzyskanych wyników, użytych metod oraz ich ograniczeń. Umiejętności opanowane przez Doktoranta pozwalają na prowadzenie dalszych owocnych badań, o czym jak wierzę niebawem się przekonamy.

Z ogromną przyjemnością przeczytałem prace stanowiące rozprawę. Za szczególnie wartą podkreślenia cechę badanych modeli uznałbym ich koncepcyjną prostotę połączoną z bogactwem zjawisk w nich obserwowanych. Bardzo wysoko oceniam działalność naukową Doktoranta. Tematykę prowadzonych badań uważam za interesującą, a dorobek naukowy Doktoranta oceniam jako wyróżniający. Uważam, iż przedstawiona rozprawa doktorska spełnia z wyraźnym naddatkiem wszelkie wymagania ustawowe oraz zwyczajowe i uzasadnia dopuszczenie magistra Arkadiusz Jędrzejewskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Jednocześnie wnoszę o wyróżnienie przedłożonej rozprawy doktorskiej. Oddzielny wniosek o wyróżnienie wraz ze szczegółowym uzasadnieniem przygotowuje po zakończeniu kolejnych etapów przewodu doktorskiego.

Barbara Dylbiec

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-47-03

fax +48(12) 664-49-06

e-mail: fizyka@uj.edu.pl